Remarque : pour déterminer l'ensemble des diviseurs d'un nombre nous devons prendre en compte les remarques suivantes :

- un nombre premier n'appartenant pas à la décomposition du nombre a ne peut être un diviseur : voir illustration 1, l'entier 7 ne peut être un diviseur de 360.
- pour un entier premier p présent dans la décomposition de a. L'entier p^k n'est pas un diviseur de a si l'exposant k est plus grand que l'exposant de l'entier p dans la décomposition de a : voir illustration 2, l'entier 2^7 ne peut être un diviseur de 360
- Un entier b est diviseur de a si les décompositions de a et de b utilisent les mêmes entiers premiers et si, en comparant les exposant de chaque entier les exposants de b sont inférieurs ou égal à ceux de a : voir illustration 3 : les entiers 2^2 et 3 sont des diviseurs de 360 et leur produit aussi.

Voici quelques illustrations de ces points lorsqu'on cherche des diviseurs du nombre 360 où $360 = 2^3\times3^2\times5$

Illustration 1

$$\frac{360}{7} = \frac{2^3\times3^2\times5}{7}$$

Illustration 2

$$\frac{360}{2^7\times5} = \frac{2^{\cancel{3}}\times3^2\times\cancel{5}}{2^{\cancel{7}}\times\cancel{5}} = \frac{3^2}{2^4}$$

Illustration 3

$$\frac{360}{2^2\times2} = \frac{2^{\cancel{3}}\times3^{\cancel{2}}\times5}{\cancel{2^2}\times\cancel{3}} = 2\times3\times5$$

Exemple : l'entier 24 admet la décomposition en produit de facteurs premiers : $24 = 2^3\times3$
D'après la remarque précédente, un entier est un diviseur de 24, s'il utilise les nombres premiers 2 et 3 avec des exposants :

- inférieur ou égal à 3 pour l'entier premier 2
- inférieur ou égal à 1 pour l'entier premier 3

On peut déterminer l'ensemble des diviseurs de 24 :

- par la méthode **exhaustive** :
  2 ; 2^2 ; 2^2
  3 ; 2×3 ; $2^2\times3$; $2^3\times3$
  Sans oublier l'entier 1.
- par la méthode **exhaustive basé sur l'écriture avec les puissances** :
  $2^0\times3^0$; $2^1\times3^0$; $2^2\times3^0$; $2^3\times3^0$
  $2^0\times3^1$; $2^1\times3^1$; $2^2\times3^1$; $2^3\times3^1$
- par la méthode **de l'arbre de choix** :

2^0 — 3^0 — $2^0\times3^0 = 1$
2^0 — 3^1 — $2^0\times3^1 = 5$
2^1 — 3^0 — $2^1\times3^0 = 15$
2^1 — 3^1 — $2^1\times3^1 = 9$
2^2 — 3^0 — $2^2\times3^0 = 2$
2^2 — 3^1 — $2^2\times3^1 = 10$
2^3 — 3^0 — $2^3\times3^0 = 30$
2^3 — 3^1 — $2^3\times3^1 = 18$

Remarque : pour déterminer l'ensemble des diviseurs d'un nombre nous devons prendre en compte les remarques suivantes :

- un nombre premier n'appartenant pas à la décomposition du nombre a ne peut être un diviseur : voir illustration 1, l'entier 7 ne peut être un diviseur de 360.
- pour un entier premier p présent dans la décomposition de a. L'entier p^k n'est pas un diviseur de a si l'exposant k est plus grand que l'exposant de l'entier p dans la décomposition de a : voir illustration 2, l'entier 2^7 ne peut être un diviseur de 360
- Un entier b est diviseur de a si les décompositions de a et de b utilisent les mêmes entiers premiers et si, en comparant les exposant de chaque entier les exposants de b sont inférieurs ou égal à ceux de a : voir illustration 3 : les entiers 2^2 et 3 sont des diviseurs de 360 et leur produit aussi.

Voici quelques illustrations de ces points lorsqu'on cherche des diviseurs du nombre 360 où $360 = 2^3\times3^2\times5$

Illustration 1

$$\frac{360}{7} = \frac{2^3\times3^2\times5}{7}$$

Illustration 2

$$\frac{360}{2^7\times5} = \frac{2^{\cancel{3}}\times3^2\times\cancel{5}}{2^{\cancel{7}}\times\cancel{5}} = \frac{3^2}{2^4}$$

Illustration 3

$$\frac{360}{2^2\times2} = \frac{2^{\cancel{3}}\times3^{\cancel{2}}\times5}{\cancel{2^2}\times\cancel{3}} = 2\times3\times5$$

Exemple : l'entier 24 admet la décomposition en produit de facteurs premiers : $24 = 2^3\times3$
D'après la remarque précédente, un entier est un diviseur de 24, s'il utilise les nombres premiers 2 et 3 avec des exposants :

- inférieur ou égal à 3 pour l'entier premier 2
- inférieur ou égal à 1 pour l'entier premier 3

On peut déterminer l'ensemble des diviseurs de 24 :

- par la méthode **exhaustive** :
  2 ; 2^2 ; 2^2
  3 ; 2×3 ; $2^2\times3$; $2^3\times3$
  Sans oublier l'entier 1.
- par la méthode **exhaustive basé sur l'écriture avec les puissances** :
  $2^0\times3^0$; $2^1\times3^0$; $2^2\times3^0$; $2^3\times3^0$
  $2^0\times3^1$; $2^1\times3^1$; $2^2\times3^1$; $2^3\times3^1$
- par la méthode **de l'arbre de choix** :

2^0 — 3^0 — $2^0\times3^0 = 1$
2^0 — 3^1 — $2^0\times3^1 = 5$
2^1 — 3^0 — $2^1\times3^0 = 15$
2^1 — 3^1 — $2^1\times3^1 = 9$
2^2 — 3^0 — $2^2\times3^0 = 2$
2^2 — 3^1 — $2^2\times3^1 = 10$
2^3 — 3^0 — $2^3\times3^0 = 30$
2^3 — 3^1 — $2^3\times3^1 = 18$