

1. Logique

E.10821



Pierre est un passionné des nombres. Il a dans sa voiture une horloge digitale à quatre chiffres qui indique l'heure de 00:00 à 23:59.

Au moment de partir pour long déplacement, Pierre observe son horloge et constate que les deux nombres indiqués, celui des minutes et celui des heures, sont des carrés de nombres entiers (*qui, sur une horloge digitale, s'écrivent sous la forme : 00, 01, 04, 09, 25, ...*)

Au retour de son voyage, Pierre constate que son horloge affiche de nouveau des carrés de deux nombres entiers. Son ordinateur de bord lui indique qu'il a parcouru 352 km en 4 heures et 20 minutes.

Quand Pierre peut-il être rentrée de son voyage?

E.10823

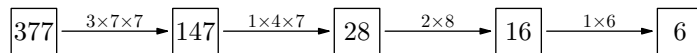


La persistance d'un nombre

Dans cet exercice, on considère des nombres entiers supérieurs ou égaux à 10, écrits dans le système décimal.

Lorsqu'on multiplie les chiffres qui composent l'écriture d'un entier, on obtient un nouveau nombre. On recommence ce calcul avec ce nouveau nombre et ainsi de suite. Par exem-

ple, pour le nombre 377 :



Le processus s'arrête lorsqu'on obtient un nombre s'écrivant avec un seul chiffre. Il a fallu 4 étapes en tout : on dit que **la persistance de 377 est 4**.

① Quelle est la persistance de chacun des nombres ?

(a) 77

(b) 28 534

(c) 6 785 791

② La persistance de chacun des nombres 2019, 4806 et 13970875 est égale à 1. Quel résultat général ces résultats semblent-ils illustrer? Justifier.

③ Existe-t-il un chiffre que l'on pourrait insérer dans l'écriture d'un nombre sans changer sa persistance?

④ Trouver un nombre s'écrivant avec 20 chiffres dont la persistance soit 4.

⑤ Quelles sont les persistance possible d'un nombre dont l'écriture comporte un chiffre pair et 5?

2. Division euclidienne

E.10822



La frise

Une frise est réalisée en recopiant vers la droite le motif constitué par les douze colonnes représentées ci-dessous :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

Chaque colonne de la frise est codée par trois symboles, 000

si les trois cases (*de la colonne*) sont blanches, 001 si les deux cases supérieures sont blanches et la troisième noire... et enfin 111 si les trois cases sont noires.

① Comment est codée la colonne 10 de la frise? Même question pour la colonne 14.

② Dans le motif ci-dessus, donner la ou les colonne(s) codées 100?

③ On se donne un entier n . Comment la colonne $12n+5$ est-elle codée?

④ Comment la colonne 2017 est-elle codée?

3. Arithmétique

E.10824



Le code EAN-13 (*European Article Numbering*) est un code-barres utilisé par le commerce et l'industrie permettant d'identifier des objets de façon unique et d'être lu par un scanner. Ce code-barres est composé de 13 chiffres (*entiers compris entre 0 et 9*), le dernier étant une clé de contrôle calculée à partir des 12 chiffres précédents. Un code-barres est symbolisé par le tableau suivant :

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	C
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	----------	----------	----------	-----

... où on a porté les treize chiffres constituant le code barre. Le chiffre C est la clé de vérification.

Pour le déterminer, on calcule :

$$S = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + a_{11} + 3 \times (a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} + a_{12}).$$

C est alors le chiffre tel que $S+C$ soit un multiple de 10.

① Le code 4971850187820 est-il valide?

② Déterminer C pour que le code 978204732850 C soit valide.

③ Un chiffre a a été remplacé par x dans le code 32525 x 7041767. Quelle valeur donner à x pour que ce code soit valide?

④ Le code 3742278085985 n'est pas valide. Quelles peuvent être les valeurs des deux premiers chiffres à gauche dans d'autres codes valides comportant les 11 mêmes chiffres à droite?

4. Avec un peu d'algèbre



Un programme de calcul

Voici un programme de calcul :

Soit N un nombre entier naturel écrit dans le système décimal :

- **Étape n°1 :** Repérer le chiffre X des unités de N .
- **Étape n°2 :** Calculer $N - X$. Soit M le nombre obtenu.
- **Étape n°3 :** Diviser M par 10. Soit D le nombre obtenu.

- **Étape n°4 :** Calculer $D + 2X$. Soit R le nombre obtenu.
- **Étape n°5 :** Si R est différent de N , alors passer à l'étape n°6. Sinon, arrêter et afficher R .
- **Étape n°6 :** Si R s'écrit avec un seul chiffre, alors arrêter et afficher R . Sinon, donner à N la valeur R et reprendre le programme de calcul à l'étape n°1.

- ① Quel résultat affiche-t-on lorsqu'on introduit $N = 15$ dans le programme de calcul?
- ② Que se passe-t-il lorsqu'on introduit $N = 2015$ dans le programme de calcul?