



1. Autour des triangles

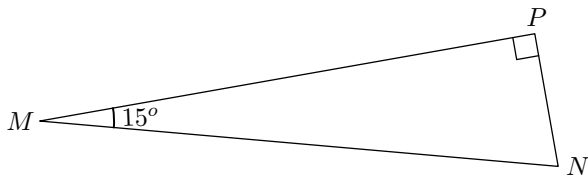
E.11233   

Définition : dans un triangle ABC :

- Le côté **opposé** à un angle est le côté qui n'est pas adjacent à cet angle.
- si le triangle ABC est rectangle en A , l'**hypothénuse** est le côté opposé à l'angle droit (le segment $[BC]$).

Proposition : Dans un triangle, la somme de la mesure de ses angles vaut toujours 180° .

On considère le triangle MNP rectangle en P :



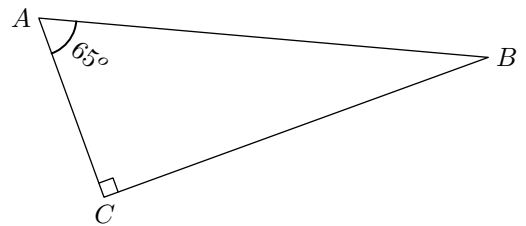
Compléter les pointillés :

- L'hypothénuse du triangle rectangle MNP est le segment ...
- L'angle de mesure 15° est nommé par les trois lettres ...

(c) Le côté opposé à l'angle $\widehat{MNP}$ est le segment ...

(d) L'angle $\widehat{MNP}$ a pour mesure°

E.11236    Ci-dessous, est représenté le triangle ABC rectangle en C :



- Nommer le côté opposé au sommet B .
 - Nommer le sommet opposé au côté $[BC]$.
 - Que représente le côté $[AB]$ dans le triangle ABC ?
- Donner la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.
- Tracer la hauteur du triangle ABC issue du sommet C . On notera H le pied de cette hauteur.
 - Donner la mesure de l'angle $\widehat{ACH}$.

E.11235    On considère un triangle dont les mesures de ces trois angles sont trois entiers consécutifs.

Donner la mesure du plus grand angle.

2. Autour du théorème de Pythagore

E.11237   

Théorème de Pythagore : si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypothénuse est égale à la somme du carré des longueurs des deux autres côtés.

Exemple : (recherche de l'hypothénuse)

Soit MNP un triangle rectangle en M avec $MN=4\text{ m}$ et $MP=3\text{ m}$.

D'après le théorème de Pythagore, on a l'égalité :

$$NP^2 = MN^2 + MP^2$$

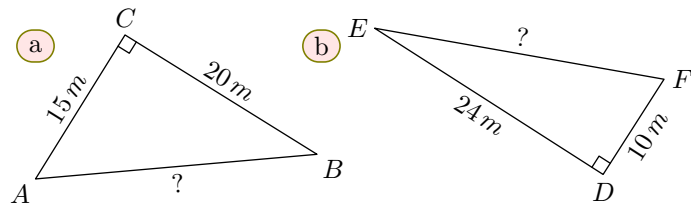
$$NP^2 = 4^2 + 3^2$$

$$NP^2 = 16 + 9$$

$$NP^2 = 25$$

$$NP = \sqrt{25} = 5$$

Pour chacun des triangles ci-dessous, déterminer la longueur du côté dont la mesure est inconnue :



Indications :

$1^2=1$; $9^2=81$; $17^2=289$; $25^2=625$; $33^2=1089$
 $2^2=4$; $10^2=100$; $18^2=324$; $26^2=676$; $34^2=1156$
 $3^2=9$; $11^2=121$; $19^2=361$; $27^2=729$; $35^2=1225$
 $4^2=16$; $12^2=144$; $20^2=400$; $28^2=784$; $36^2=1296$
 $5^2=25$; $13^2=169$; $21^2=441$; $29^2=841$; $37^2=1369$
 $6^2=36$; $14^2=196$; $22^2=484$; $30^2=900$; $38^2=1444$
 $7^2=49$; $15^2=225$; $23^2=529$; $31^2=961$; $39^2=1521$
 $8^2=64$; $16^2=256$; $24^2=576$; $32^2=1024$; $40^2=1600$

E.11238



Exemple: (recherche d'un côté adjacent à l'angle droit)

Soit QRS un triangle rectangle en R avec $QS=13\text{ m}$ et $RS=12\text{ m}$.

D'après le théorème de Pythagore, on a l'égalité:

$$QS^2 = RQ^2 + RS^2$$

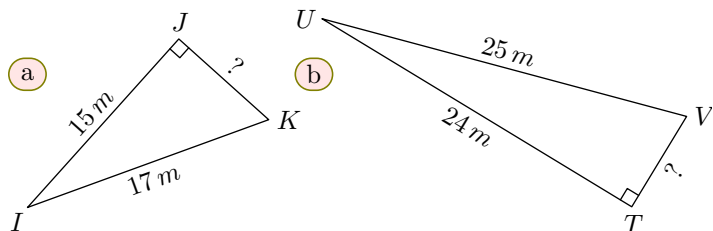
$$13^2 = RQ^2 + 12^2$$

$$169 = RQ^2 + 144$$

$$RQ^2 = 169 - 144 = 25$$

$$RQ = \sqrt{25} = 5\text{ m}$$

Pour chacun des triangles ci-dessous, déterminer la longueur du segment dont la mesure n'est pas connue:



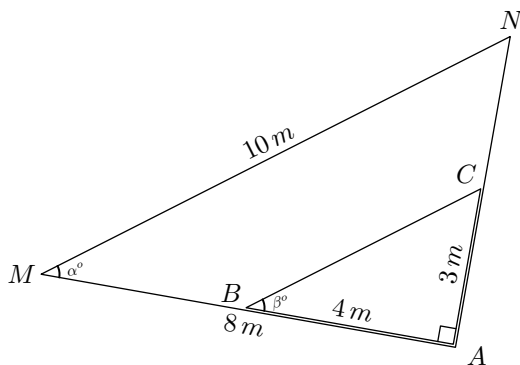
3. Autour du théorème de Thalès

E.11234



On considère les deux triangles rectangle en B :

- ABC avec $AB=4\text{ m}$; $AC=3\text{ m}$
- AMN avec $AM=8\text{ m}$; $MN=10\text{ m}$

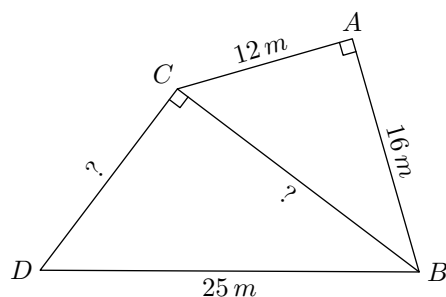


De plus, le point B appartient au segment $[AM]$ et le point

E.11239



Dans la configuration ci-dessous, les triangles ABC et BCD sont respectivement rectangles en A et en C :



Déterminer la mesure du segment $[CD]$.

Indication: vous devez utiliser deux fois le théorème de Pythagore.

C appartient au segment $[AN]$.

- 1 a) À l'aide du théorème de Pythagore dans le triangle ANM , déterminer la longueur du segment $[AN]$.
b) A l'aide de la réciproque du théorème de Thalès, démontrer que $(BC) \parallel (MN)$.

Réciproque du théorème de Thalès: soit A, B, M alignés et soit A, C, N alignés tels que $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$ alors les droites $(BC) \parallel (MN)$

- 2 a) À l'aide du théorème de Pythagore dans le triangle ABC , déterminer la longueur du segment $[BC]$.
b) Que pouvez-vous dire des longueurs du triangle AMN par rapport à celle du triangle ABC ?
- 3 **Question subsidiaire:** Justifier que les angles $\widehat{NMA}$ et $\widehat{CBA}$ sont de même mesure.

4. Définition des triangles semblables (cas AA)

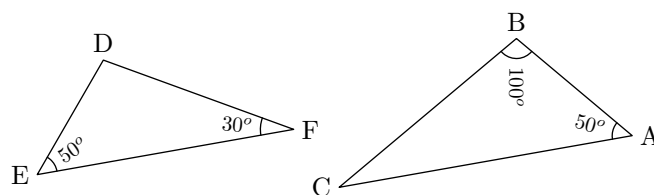
E.8012



Définition:

- deux triangles sont dits **semblables** si leurs angles sont égaux deux à deux.
- si deux triangles sont semblables, on dit que deux côtés sont **homologues** s'ils sont opposés à un angle de même mesure.

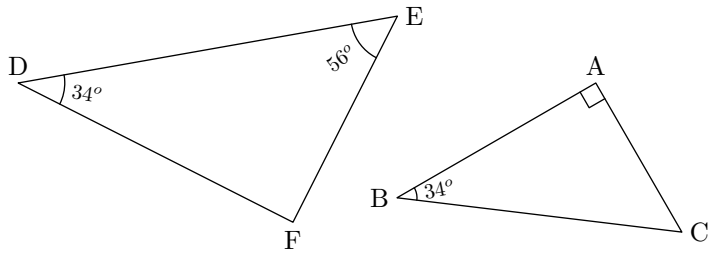
On considère les deux triangles ABC et DEF :



- 1 Montrer que les deux triangles ABC et DEF sont semblables.
- 2 Compléter les phrases:
a) le côté $[AC]$ est homologue au côté

(b) le côté $[DF]$ est homologue au côté

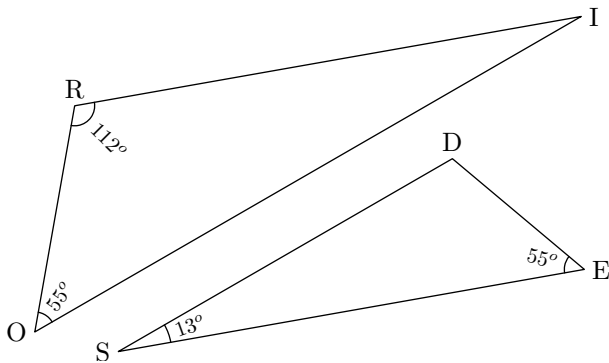
E.8013 🔑 🍷 📖 On considère les deux triangles ABC et DEF :



- 1 Montrer que les deux triangles ABC et DEF sont semblables.
- 2 Compléter le tableau ci-dessous :

	Côtés homologues		
Dans le triangle ABC	$[AB]$	$[BC]$	
Dans le triangle DEF			$[EF]$

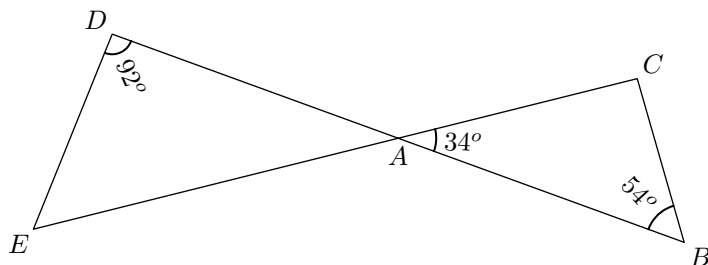
E.11254 🔑 🍷 📖 On considère les deux triangles DES et ROI :



- 1 Montrer que les deux triangles DES et ROI sont semblables.
- 2 Compléter le tableau ci-dessous :

	Côtés homologues		
Dans le triangle DES	$[DE]$		$[ES]$
Dans le triangle ROI		$[RI]$	

E.8018 🔑 🍷 📖 On considère les deux segments $[CE]$ et $[BD]$ qui s'intersectent en A .

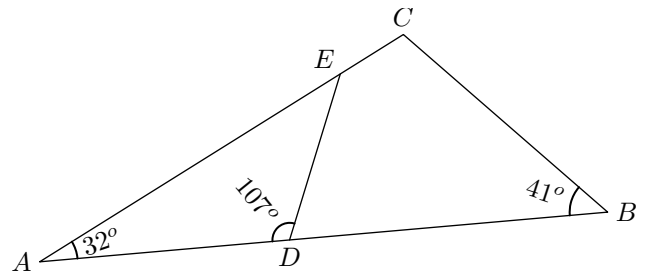


Justifier que les triangles ADE et ABC sont des triangles semblables.

E.8017 🔑 🍷 📖 On considère un triangle ABC tel que :

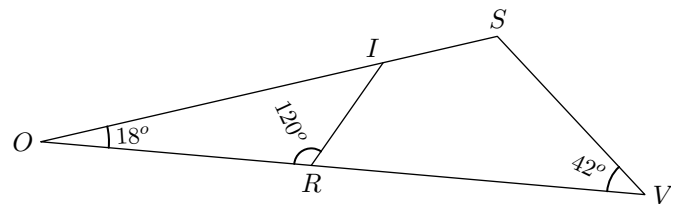
$$\widehat{DAE} = 32^\circ ; \widehat{ABC} = 41^\circ$$

et les points D et E appartenant respectivement aux côtés $[AB]$ et $[AC]$ tels que : $\widehat{ADE} = 107^\circ$.



Montrer que les triangles ABC et ADE sont deux triangles semblables.

E.11277 🔑 🍷 📖 On considère le triangle VOS et les points I et R appartenant respectivement aux segments $[OS]$ et $[OV]$.

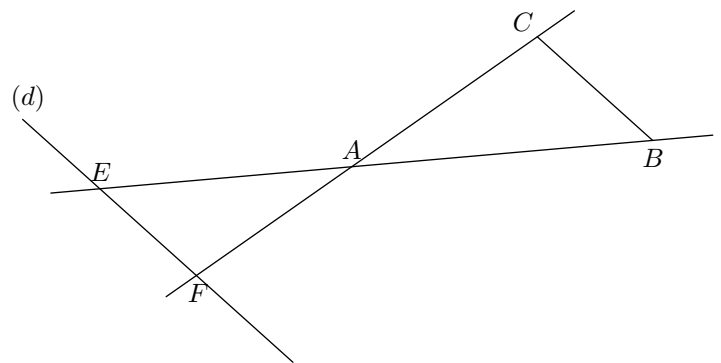


Certains angles ont été indiqués sur la figure.

- 1 Justifier que les deux triangles VOS et ROI sont semblables.
- 2 Citer les trois couples de côtés homologues.

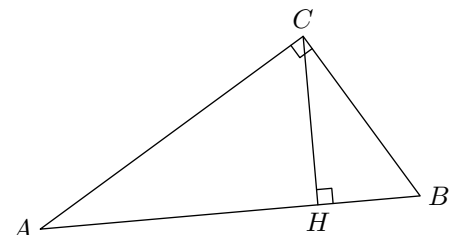
E.8014 🔑 🍷 📖 Dans le plan, on considère trois points A , B et C distincts.

Les droites (AB) et (AC) sont interceptées par une droite (d) , parallèle à (BC) , respectivement aux points E et F .



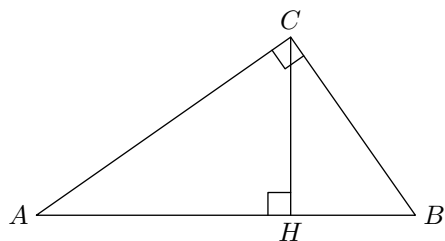
Justifier que les triangles ABC et AEF sont des triangles semblables.

E.8016 🔑 🍷 📖 On considère un triangle ABC rectangle en C . On note H le pied de la hauteur issue du sommet C .



Montrer que les triangles ABC et BHC sont deux triangles semblables.

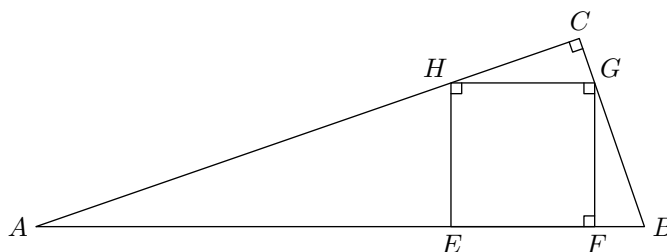
E.558 Dans la figure ci-dessous, le triangle ABC est rectangle en C et on note H le pied de la hauteur issue du sommet C .



Montrer que les triangles ACH , CHB et ACB sont des triangles semblables.

E.10226 On considère le triangle ABC rect-

angle en C représenté ci-dessous :

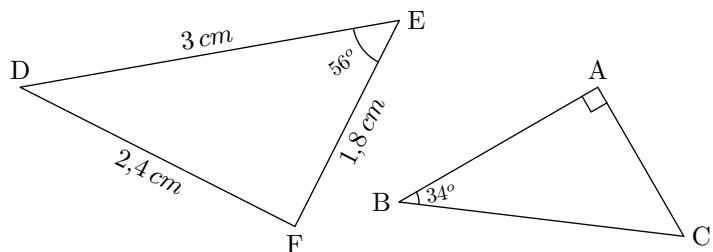


On considère le carré $EFGH$ inscrit dans le triangle ABC et tel que le côté $[EF]$ soit posé sur l'hypoténuse du triangle.

Justifier que les triangles ABC , AEH , BGF , CHG soient semblables deux à deux.

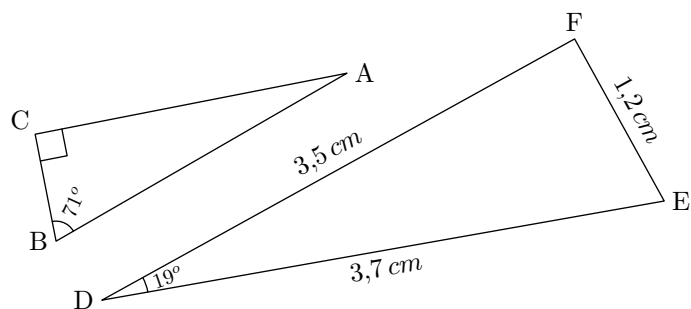
5. Triangles semblables et réciproque du théorème de Pythagore

E.11253 On considère les deux triangles ABC et DEF :



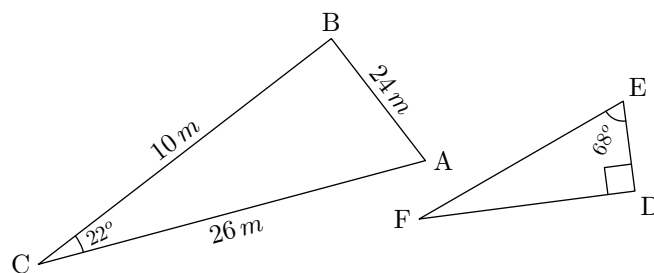
- 1 A l'aide de la réciproque du théorème de Pythagore, montrer que le triangle DEF est rectangle en F .
- 2 Justifier que les triangles ABC et DEF sont des triangles semblables.

E.11255 On considère les deux triangles ABC et DEF :



- 1 A l'aide de la réciproque du théorème de Pythagore, montrer que le triangle DEF est rectangle en F .
- 2 Justifier que les triangles ABC et DEF sont des triangles semblables.

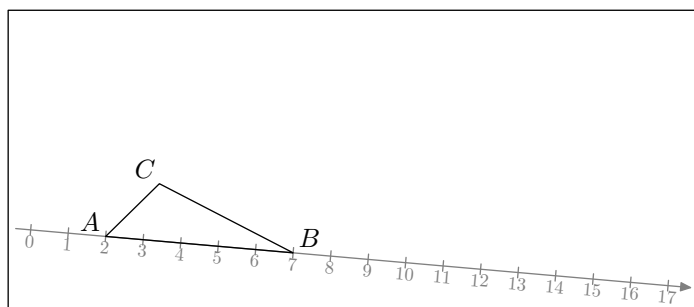
E.11278 On considère les deux triangles ABC et DEF :



- 1 A l'aide de la réciproque du théorème de Pythagore, montrer que le triangle ABC est rectangle en B .
- 2 Justifier que les triangles ABC et DEF sont des triangles semblables.

6. Triangles semblables et propriétés CCC

E.11246 On considère les deux points $A(2)$ et $B(7)$ sur une droite graduée et un troisième point C :



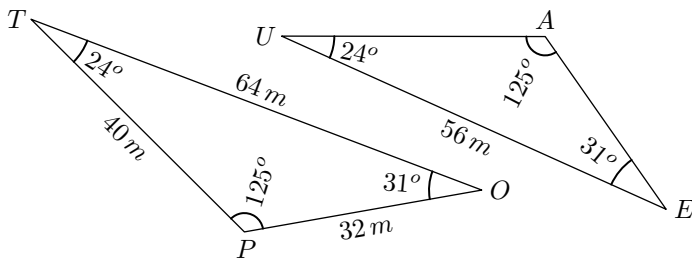
- Placer le point I tel que le segment $[AI]$ mesure le triple du segment $[AB]$.
- Tracer la droite (d) parallèle à la droite (BC) passant par le point I .
 - Nommer J le point d'intersection des droites (d) et (AC) .
 - Justifier que les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{AIJ}$ sont de mesure égale.
 - Que peut-on dire des triangles ABC et AIJ ?
- A l'aide de votre règle graduée, vérifier que les longueurs du triangle AIJ sont le triple de ceux du triangle ABC .

AB	BC	AC	AI	AJ	IJ

Proposition : si deux triangles sont semblables alors leurs côtés homologues ont leurs longueurs proportionnelles.

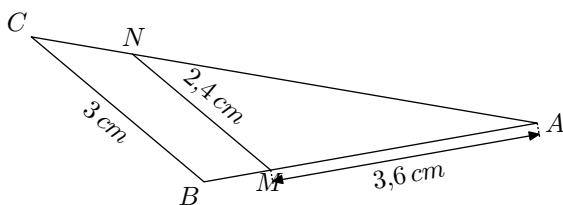
Définition : la proportionnalité des longueurs des côtés entre deux triangles semblables définit deux coefficients de proportionnalités : le **coefficient d'agrandissement** et le **coefficient de réduction**.

E.11327 On considère les deux triangles EAU et POT :



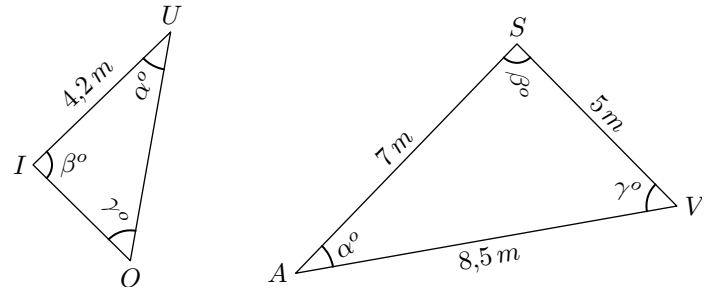
- Justifier que les deux triangles sont semblables.
- Déterminer le coefficient de réduction entre ces deux triangles.
- Dans le triangle POT , donner le côté homologue au côté $[AU]$.
 - En déduire la longueur du triangle $[AU]$.

E.11247 Dans le triangle ABC , les droites (MN) et (BC) sont parallèles entre elles.



- Justifier que les triangles AMN et ABC sont semblables.
- Dans le triangle ABC , quel est le côté homologue au côté $[MN]$? EN déduire le coefficient de proportionnalité entre les deux triangles semblables AMN et ABC .
- Dans le triangle ABC , quel est le côté homologue au côté $[AM]$? En déduire sa longueur.

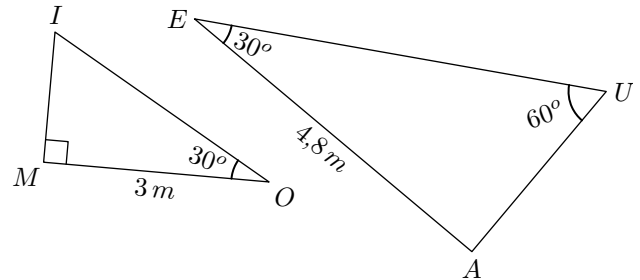
E.11243 On considère les triangles OUI et VAS :



Ces deux triangles sont semblables (leurs angles sont égaux deux à deux).

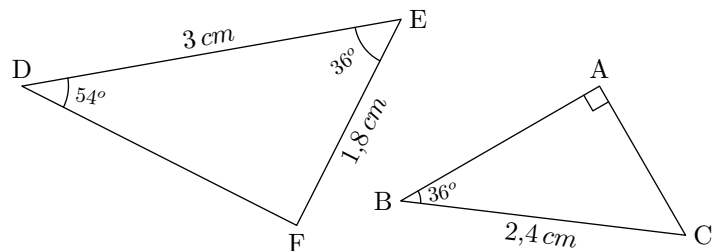
- Dans le triangle OUI , quel est le côté homologue au côté $[AS]$ du triangle VAS ?
 - En déduire le coefficient de réduction du triangle VAS vers le triangle OUI .
- Dans le triangle OUI , quel est le côté homologue au côté $[SV]$ du triangle VAS ?
 - En déduire la mesure du segment $[OI]$.

E.11193 On considère les deux triangles MOI et EAU :



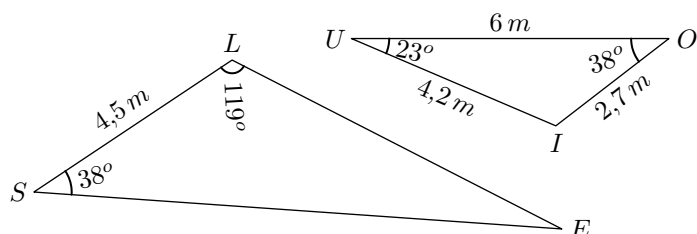
- Justifier que les deux triangles sont semblables.
- Dans le triangle EAU , donner le côté homologue au côté $[OM]$ du triangle MOI .
 - Déterminer le coefficient d'agrandissement du triangle MOI vers le triangle EAU .

E.8015 On considère les deux triangles ABC et DEF :



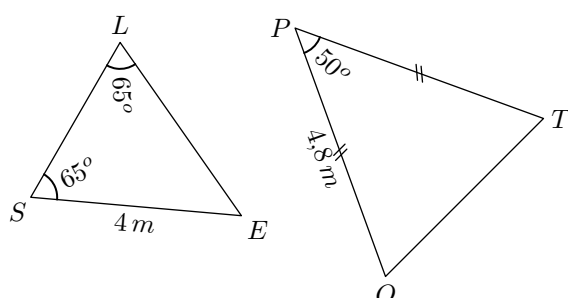
- Montrer que les deux triangles ABC et DEF sont semblables.
- Déterminer la longueur du segment $[AB]$.

E.11279 🔑 🍷 📖 On considère les deux triangles OUI et SEL :



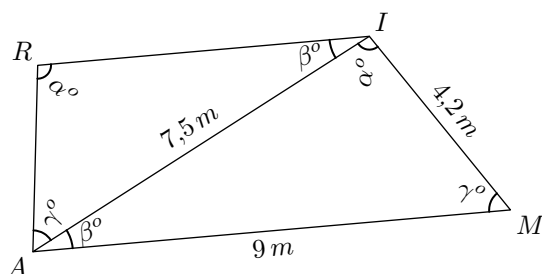
- 1 Justifier que les deux triangles sont semblables.
- 2 a Dans le triangle SEL , donner le côté homologues au côté $[OI]$ du triangle OUI .
b Déterminer le coefficient de réduction du triangle OUI vers le triangle SEL .
- 3 En déduire la longueur du côté $[SE]$.

E.11252 🔑 🍷 📖 On considère les deux triangles SEL et POT :



- 1 Justifier que les triangles POT et SEL sont semblables.
- 2 Déterminer le coefficient de réduction du triangle POT vers le triangle SEL .

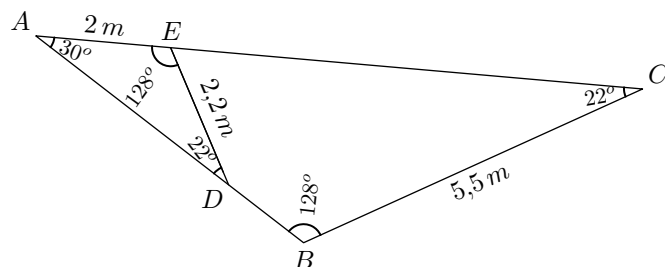
E.11244 🔑 🍷 📖 On considère les triangles AMI et AIR :



Les deux triangles AMI et AIR sont semblables (égalité des triangles deux à deux).

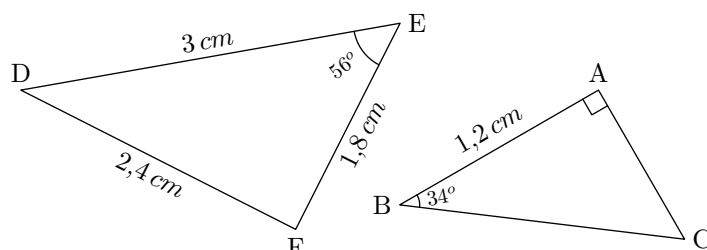
- 1 a Dans le triangle AIR , quel est le côté homologues au côté $[AM]$ dans le triangle AMI ?
b En déduire le coefficient d'agrandissement du triangle AIR vers le triangle AMI .
- 2 a Dans le triangle ARI , quel est le côté homologues au côté $[AI]$ du triangle AMI ?
b En déduire la mesure du côté $[IR]$.

E.11194 🔑 🍷 📖 On considère la configuration ci-dessous :



- 1 Justifier que les triangles ABC et AED sont semblables.
- 2 a Quel est le côté homologues au côté $[ED]$?
b Déterminer le coefficient de proportionnalité entre ces deux triangles.
- 3 a Quel est le côté homologues au côté $[AE]$?
b En déduire la longueur du côté $[AB]$.

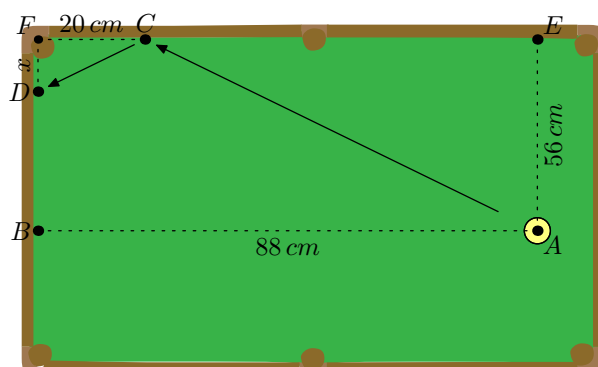
E.11256 🔑 🍷 📖 On considère les deux triangles ABC et DEF :



- 1 A l'aide de la réciproque du théorème de Pythagore, montrer que le triangle DEF est rectangle en F.
- 2 Justifier que les triangles ABC et DEF sont des triangles semblables.
- 3 a Déterminer le coefficient de réduction du triangle DEF vers le triangle ABC .
b En déduire les trois longueurs du triangle ABC .

7. Triangles semblables, propriétés CCC, coefficient rationnel

E.11248 🔑 🍷 📖 Un joueur va taper la boule du billard en faisant une bande (celle du haut) et va la déposer sur la bande d'en face (celle de gauche) comme représenté ci-dessous :



On suppose que: "quand la boule touche le bord du billard, elle repart en formant le même angle que celui avec lequel elle est arrivée".

Déterminer à quelle distance se trouve alors la balle du trou.

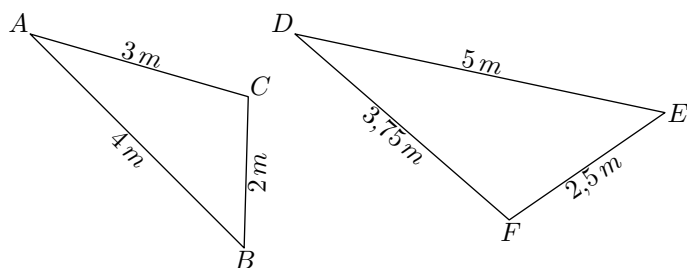
Indication : toute trace de recherche même incomplète sera prise en compte.

8. Propriété caractérisante CCC

E.11241

Propositiion : Si les côtés de deux triangles sont proportionnels entre eux alors ces deux triangles sont semblables.

On considère les deux triangles :

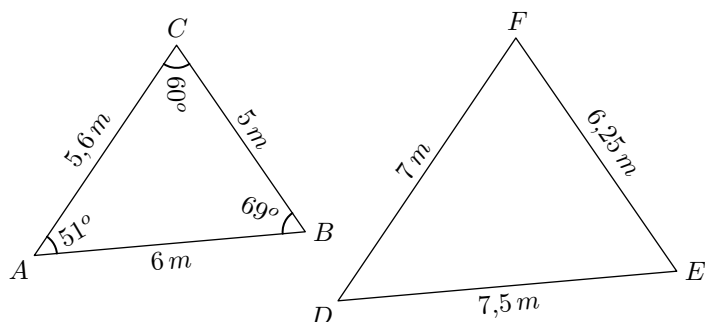


- 1 Compléter le tableau ci-dessous :

Le côté	le plus long	"moyen"	le plus court
Dans le triangle ABC			
Dans le triangle DEF			

- 2 Montrer que ce tableau est un tableau de proportionnalité.
3 Que peut-on en déduire des triangles ABC et DEF ?

E.11249 On considère les deux triangles ci-dessous :



9. Propriété caractérisante: CAC

E.11242

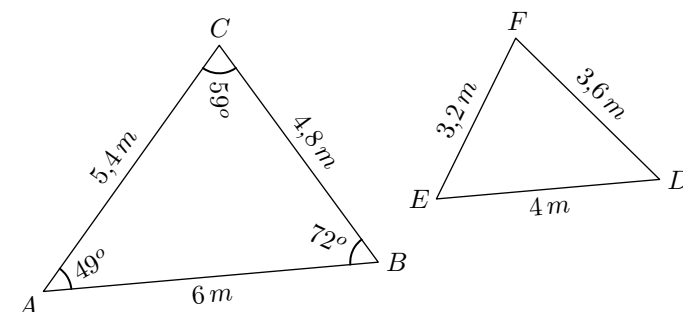
Proposition : Si deux triangles ont un angle de même mesure et que les côtés adjacents de l'angle sont proportionnels alors ces deux triangles sont semblables.

E.565 $ABCD$ est un carré de centre O et de côté 10cm . La bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe la diagonale $[BD]$ en K et le côté $[BC]$ en L .

- 1 Démontrer que les triangles AOK et ABL sont semblables.
2 Calculer le coefficient de réduction du triangle ABL

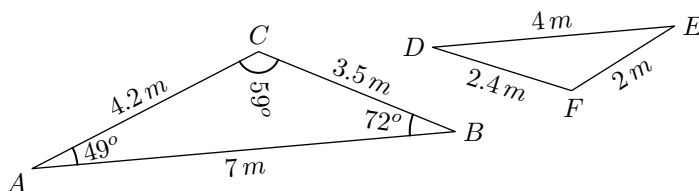
- 1 Démontrer que les triangles ABC et DEF sont deux triangles semblables.
2 Donner la mesure de l'angle $\widehat{DEF}$.

E.11250 On considère les deux triangles ci-dessous :



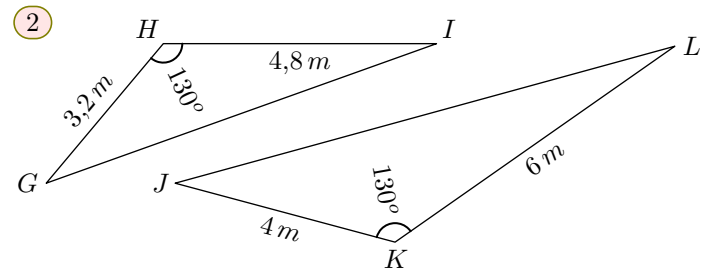
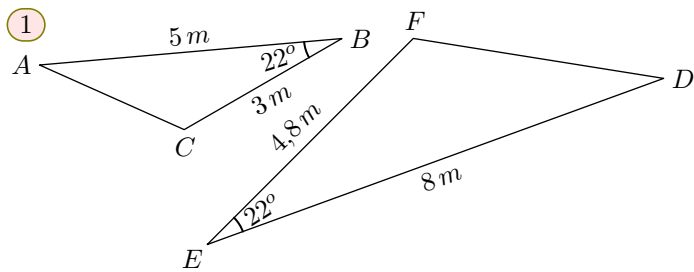
- 1 Démontrer que les triangles ABC et DEF sont deux triangles semblables.
2 Donner la mesure de l'angle $\widehat{DEF}$.

E.11251 On considère les deux triangles ci-dessous :



- 1 Démontrer que les triangles ABC et DEF sont deux triangles semblables.
2 Donner la mesure de l'angle $\widehat{DEF}$.

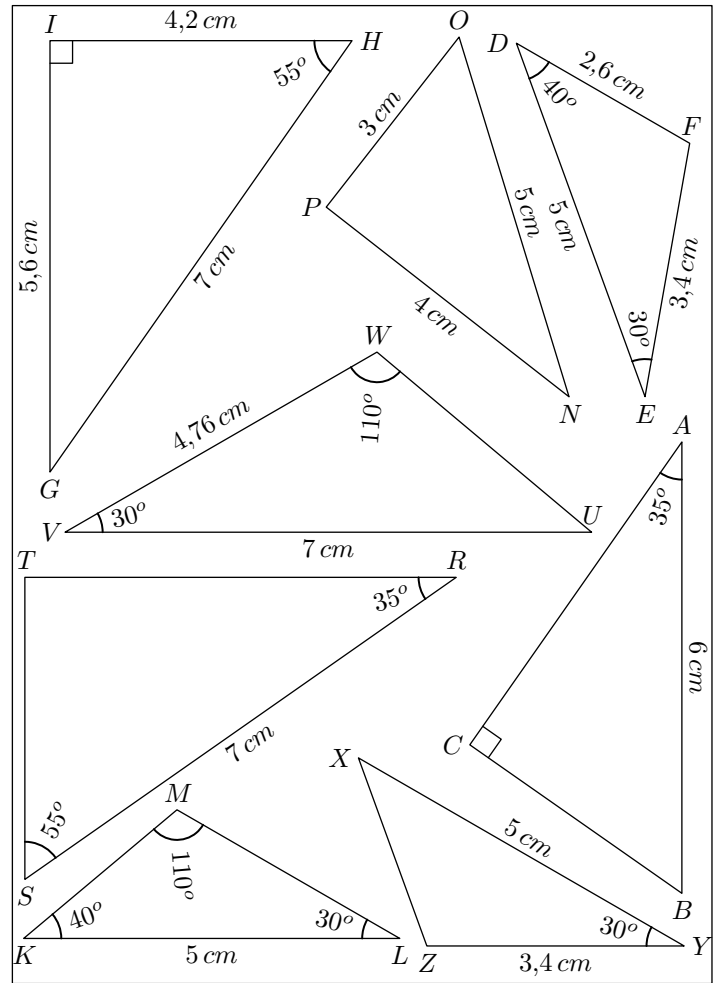
Parmi les couples de triangles ci-dessous, lesquels forme un couple de triangles semblables :



10. Utilisation des 3 propriétés caractérisantes

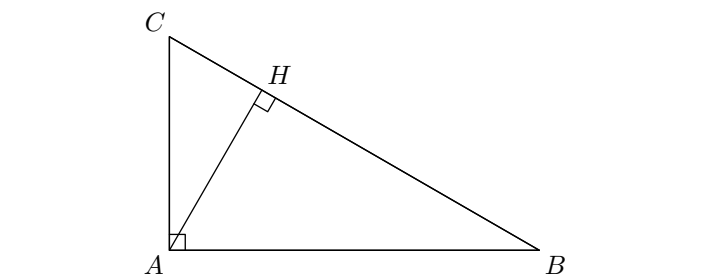
E.562

- ① En justifiant, déterminer tous les triangles isométriques entre eux.
Déterminer les mesures manquantes.
- ② Repérer les triangles semblables.
Déterminer les mesures manquantes.



11. Détermination du coefficient d'agrandissement/réduction

E.5251



On considère ci-dessus un triangle ABC rectangle en A tel

que $\widehat{ABC} = 30^\circ$ et $AB = 7 \text{ cm}$. H est le pied de la hauteur issue de A .

- ① Tracer la figure en vraie grandeur sur la copie. Laisser les traits de construction apparents sur la copie.
- ② Déterminer que: $AH = 3,5 \text{ cm}$
- ③ Démontrer que les triangles ABC et HAC sont semblables.
- ④ Déterminer le coefficient de réduction permettant de passer du triangle ABC au triangle HAC .

Indication : dans cet exercice, on donnera, si nécessaire, une valeur des résultats arrondie au centième près.

Pour construire le décor d'une pièce de théâtre (Figure 1), Joanna dispose d'une plaque rectangulaire $ABCD$ de 4 m sur 2 m dans laquelle elle doit découper les trois triangles du décor avant de les superposer. Elle propose un découpage de la plaque (Figure 2).

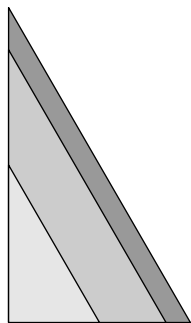


Figure 1

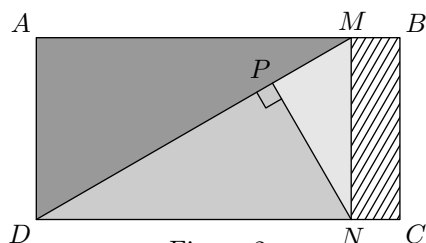


Figure 2

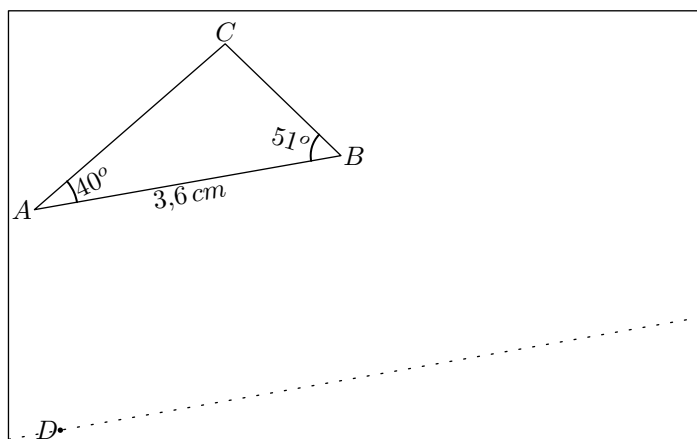
Le triangle ADM respecte les conditions suivantes :

- le triangle ADM est rectangle en A .
- $AD = 2\text{ m}$ • $\widehat{ADM} = 60^\circ$

- 1 Montrer que $[AM]$ mesure environ $3,46\text{ m}$.
- 2 La partie de la plaque non utilisée est représentée en quadrillé sur la figure 2. Calculer la proportion de la plaque qui n'est pas utilisée, arrondie au centième près.
- 3 Pour que la superposition des triangles soit harmonieuse, Joanna veut que les trois triangles AMD , PNM et PDN soient semblables. Démontrer que c'est bien le cas.
- 4 Joanna aimerait que le coefficient d'agrandissement pour passer du triangle PDN au triangle AMD soit plus petit que $1,5$. Est-ce le cas? Justifier.

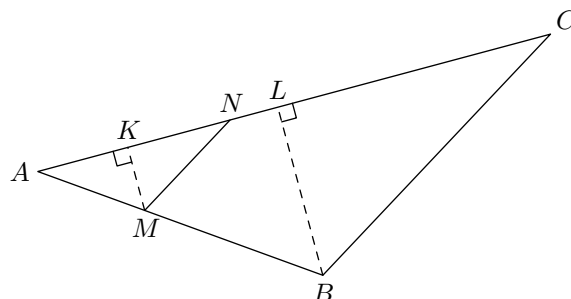
12. Aires

E.1334    On considère le triangle ABC représenté ci-dessous :



- 1
 - a Tracer le triangle DEF obtenu par un agrandissement de facteur 2 du triangle ABC .
 - b Vérifier la proportionnalité entre les longueurs des côtés des deux triangles ABC et DEF .
- 2
 - a Tracer, puis mesurer les hauteurs issues du sommet C dans le triangle ABC et du sommet F dans le triangle DEF .
 - b Donner les aires des triangles ABC et DEF , arrondies au millimètre-carré.
 - c Que peut-on dire de la comparaison de ces deux aires?

E.4774    On considère les deux triangles AMN et ABC représentés ci-dessous où les droites (MN) et (BC) sont parallèles :



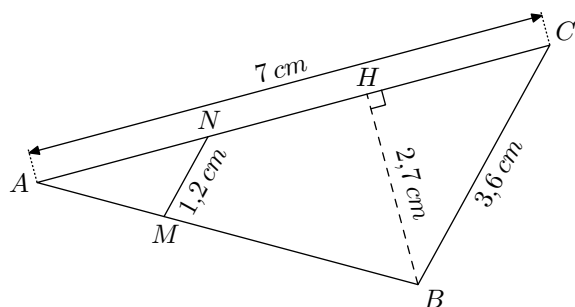
On note K le pied de la hauteur du triangle AMN issue de M . On note L le pied de la hauteur du triangle ABC issue de B .

On donne les mesures suivantes :

$$AN = 2,7\text{ cm} ; MN = 1,5\text{ cm} ; BC = 4\text{ cm} ; KM = 0,9\text{ cm}$$

- 1
 - a Déterminer la mesure du segment $[AC]$.
 - b Justifier l'égalité : $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{8}$.
 - c Le triangle AMN est une réduction du triangle ABC . Donner le coefficient de réduction associé.
- 2
 - a À l'aide de la question 1 c), déterminer la mesure de la hauteur $[BL]$.
 - b Déterminer les aires $\mathcal{A}_{AMN}$ et $\mathcal{A}_{ABC}$ respectives des triangles AMN et ABC .
 - c Établir l'égalité : $\frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ABC}} = \frac{9}{64}$
- 3 Quel autre raisonnement aurait permis de trouver le résultat de la question 2 c)?

E.4775 📏 📐 📦 On considère le triangle ABC où les points M et N appartiennent respectivement aux segments $[AB]$ et $[AC]$, et les droites (MN) et (BC) sont parallèles entre elles :



1 Déterminer le facteur de réduction du triangle AMN par rapport au triangle ABC .

2 a Déterminer l'aire du triangle ABC .

b En déduire l'aire du triangle AMN .

E.4776 📏 📐 📦 On considère la configuration suivante :

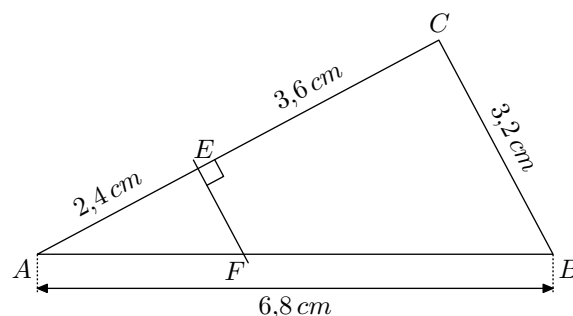
1 On suppose que le triangle AMN est une réduction du triangle ABC dont le facteur de réduction vaut $\frac{2}{3}$. Le triangle ABC ayant une aire de $6,75 \text{ cm}^2$. Donner l'aire du triangle AMN .

2 On suppose que le triangle AMN est une réduction du triangle ABC dont le facteur de réduction vaut $\frac{3}{5}$. Le

triangle AMN ayant une aire de $3,51 \text{ cm}^2$. Donner l'aire du triangle ABC .

E.4794 📏 📐 📦 On considère le triangle ABC dont les dimensions sont :

$AB = 6,8 \text{ cm}$; $BC = 3,2 \text{ cm}$; $AC = 6 \text{ cm}$



Le point E appartient au segment $[AC]$ tel que $AE = 2,4 \text{ cm}$. La perpendiculaire à la droite (AC) et passant par le point E intercepte la droite (AB) au point F .

1 Établir que le triangle ABC est un triangle rectangle.

2 Déterminer la mesure du segment $[EF]$.

3 On admet que le triangle ABC est un agrandissement du triangle AEF . En notant $\mathcal{A}_{ABC}$ et $\mathcal{A}_{AEF}$ les aires respectives des triangles ABC et AEF , déterminer la valeur du quotient :

$$\frac{\mathcal{A}_{ABC}}{\mathcal{A}_{AEF}}.$$

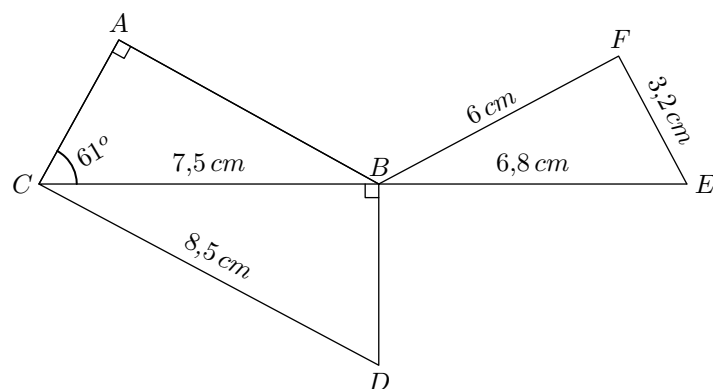
13. Exercices non-classés

E.9292 📏 📐 📦 ⚠️ La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur.

Les points C , B et E sont alignés.

Le triangle ABC est rectangle en A .

Le triangle BDC est rectangle en B .



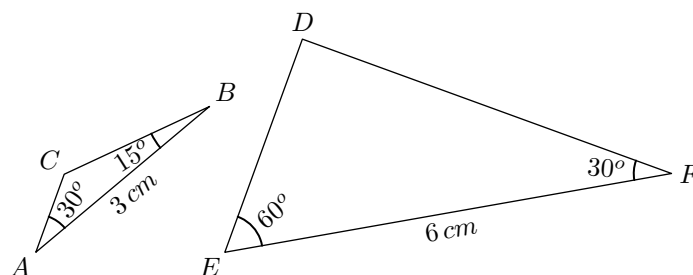
1 Montrer que la longueur BD est égale à 4 cm .

2 Montrer que les triangles CDB et BFE sont semblables.

3 Sophie affirme que l'angle $\widehat{BFE}$ est un angle droit. A-t-elle raison?

4 Max affirme que l'angle $\widehat{ACD}$ est un angle droit. A-t-il raison?

E.1333 📏 📐 📦 On considère les deux triangles ABC et DEF représentés ci-dessous :



Peut-on dire que le triangle DEF est un agrandissement du triangle ABC ?