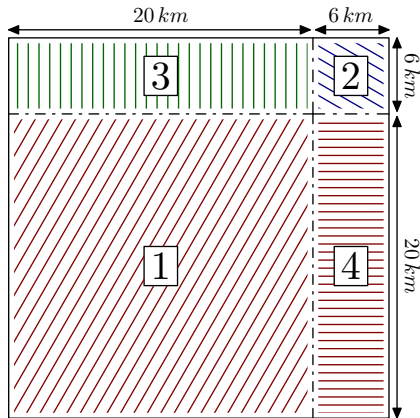




1. Introduction aux identités remarquables

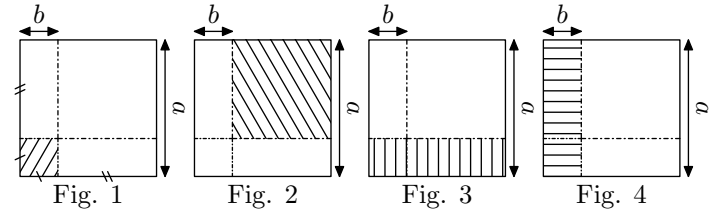
E.9208

- 1 On considère le carré représenté ci-dessous qui a été partagé en quatre parties (deux rectangles et deux carrés):



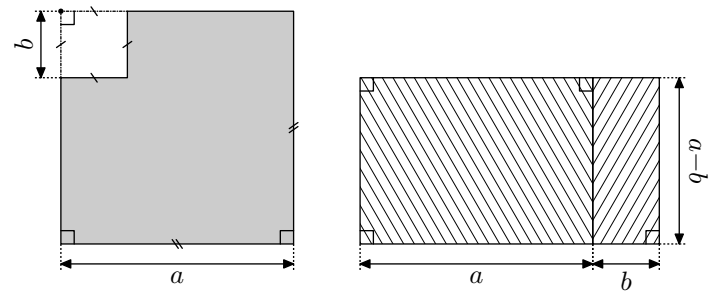
- a Déterminer l'aire des quatre parties de ce carré.
b En déduire, sans utiliser la calculatrice, la valeur de 26^2 .
- 2 Utiliser la même méthode pour calculer la valeur de 107^2 .

E.9209 Soit a et b deux nombres réels strictement positifs. On considère les quatre représentations d'un même carré de côté a ci-dessous :



- 1 a Exprimer à l'aide des nombres a et b l'aire de chacune des parties hachurées.
b Quelle partie de cette figure admet pour aire l'expression : $(a-b)^2 + 2ab - b^2$
- 2 Justifier l'identité : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

E.7998 On considère les deux figures ci-dessous. L'une est grisée et l'autre est composée de deux figures hachurées :



Montrer que ces deux figures ont même aires

2. Introduction au développement

E.701 Développer et réduire les expressions suivantes :

- a $(x+1)(x+1)$ b $(x+6)(x+6)$

E.694 Développer et réduire les expressions suivantes :

- a $(x-2)(x-2)$ b $(x-3)(x-3)$

E.2219 Développer et réduire les expressions suivantes :

- a $(x+2)(x-2)$ b $(x+1)(x-1)$

E.690 Développer et réduire les expressions littérales suivantes :

- a $(4x-7)(4x+7)$ b $(3x-2)(3x+2)$

E.11343 Développer et réduire les expressions suivantes :

- a $(2x+3)(2x+3)$ b $(5x+1)(5x+1)$

E.11345 Développer et réduire les expressions suivantes :

- a $(2x-3)(2x+3)$ b $(3-4x)(3+4x)$

E.11344 Développer et réduire les expressions suivantes :

- a $(3x-1)(3x-1)$ b $(5x-1)(5x-1)$

E.10737 Développer et réduire les expressions suivantes :

- a $(3x+3)(3x+3)$ b $(a+b)^2$

E.10738    Développer et réduire les expressions suivantes :

a $(3x - 2)(3x - 2)$ **b** $(a - b)^2$

3. Développement

E.9391   

Proposition : pour tous nombres a et b , on a les identités suivantes :

○ $(a + b)^2 = a^2 + 2 \times a \times b + b^2$

○ $(a - b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2$

○ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Développer et réduire les expressions suivantes :

a $(2x + 1)^2$ **b** $(3x - 4)^2$ **c** $(x - 2)(x + 2)$

E.9390    En développant et en réduisant l'expression de gauche, établir les identités ci-dessous :

a $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$ **b** $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$

c $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$

E.9206    Développer et réduire les expressions littérales suivantes :

a $(3x - 5)^2$ **b** $(4x + 3)^2$ **c** $(3x + 2)^2$ **d** $(2 - 5x)^2$

E.3698    Donner la forme développée et réduire des expressions suivantes :

a $(3x + 1)(3x - 1)$ **b** $(2x - 1)^2$ **c** $(x + 3)^2$

4. Développement et réduction

E.698    Développer et réduire les expressions suivantes :

a $(4x - 2)^2 - 2(x + 2)$ **b** $(3x + 2)^2 + 2(x + 4)$

E.10813    Développer et réduire les expressions suivantes :

a $(2x - 3)^2 + (5x + 6)^2$ **b** $(3 + 2x)(3 - 2x) + (5x - 2)^2$

5. Utilisation du développement des identités remarquables

E.3895     On considère le programme de calcul ci-dessous :

- Choisir un nombre de départ
- Multiplier ce nombre par (-2) ;
- Ajouter 5 au produit ;
- Multiplier le résultat par 5 ;
- Écrire le résultat obtenu.

E.10739    Développer et réduire les expressions suivantes :

a $(2x + 2)(2x - 2)$ **b** $(a + b)(a - b)$

E.10744    Développer et réduire les expressions littérales suivantes :

a $(2x + 1)^2$ **b** $(3x - 4)^2$ **c** $(7x + 3)(7x - 3)$

E.10745    Développer et réduire les expressions littérales suivantes :

a $(5x - 4)^2$ **b** $(3x + 7)^2$ **c** $(x - 8)(x + 8)$

E.10746    Développer et réduire les expressions littérales suivantes :

a $(2 - x)(x + 2)$ **b** $(3 + 2x)^2$ **c** $(9x - 5)^2$

E.10812    Donner la forme développée et réduite des expressions suivantes :

a $(5x - 4)(5x + 4)$ **b** $(3x + 7)^2$ **c** $(2x - 1)^2$

E.10789    Développer et réduire les expressions suivantes :

a $\left(\frac{1}{3}x - 6\right)^2$ **b** $\left(2x - \frac{1}{4}\right)^2$ **c** $\left(\frac{1}{3}x + 1\right)(x - 3)$

E.9392    Développer et réduire les expressions suivantes :

a $\left(\frac{1}{4}x + \frac{2}{3}\right)^2$ **b** $\left(\frac{5}{3}x - \frac{1}{3}\right)^2$ **c** $\left(\frac{5}{4}x + \frac{1}{5}\right)\left(\frac{5}{4}x - \frac{1}{5}\right)$

E.9205    Développer et réduire les expressions suivantes :

a $(2x + 1)(2x - 1) + 4 \times [2 + 3(x + 1)]$

b $(5x + 1)(5x - 1) - (x + 1)(5 - x)$

① **a** Vérifier que, lorsque le nombre de départ est 2, on obtient 5.

b Lorsque le nombre de départ est 3, quel résultat obtient-on ?

② Quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 0 ?

③ Arthur prétend que, pour n'importe quel nombre de départ x , l'expression $(x - 5)^2 - x^2$ permet d'obtenir le ré-

sultat du programme de calcul.

A-t-il raison?

E.5240    On considère les programmes de calcul suivants :

Programme A

- Choisir un nombre
- Lui ajouter 1
- Calculer le carré de la somme obtenue.
- Soustraire au résultat le carré du nombre départ

Programme B

- Choisir un nombre
- Ajouter 1 au double de ce nombre

- 1 On choisit 5 comme nombre de départ.
Quel résultat obtient-on avec chacun des deux programmes?
- 2 Démontrer que quel que soit le nombre choisi, les résultats obtenus avec les deux programmes sont toujours égaux.

E.5658    On considère le programme de calcul ci-dessous :

- Choisir un nombre
- Ajouter 2
- Élever cette somme au carré
- Soustraire au résultat le carré du nombre choisi au départ
- Soustraire au résultat 4.

- 1 a Montrer que, si le nombre choisi est 1, le programme de calcul renvoie le nombre 4.
- b Montrer que, si le nombre choisi est 5, le programme

de calcul renvoie le nombre 20.

- 2 Quel est le nombre retourné par le programme de calcul si le nombre choisi est 2?
- 3 a En notant x le nombre de départ, quelle est l'expression littérale obtenue par ce programme de calcul?
- b Justifier que l'expression obtenue par le programme de calcul est égale à $4 \times x$.

E.3696    

- 1 Développer : $(x-1)^2$.
Justifier que $99^2 = 9801$ en utilisant le développement précédent.
- 2 Développer : $(x-1)(x+1)$.
Justifier que $99 \times 101 = 9999$ en utilisant le développement précédent.

E.5672     Tom doit calculer $3,5^2$.
"Pas la peine de prendre la calculatrice", lui dit Julie, tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25.

- 1 Effectuer le calcul proposé par Julie et vérifier que le résultat obtenu est bien le carré de 3,5.
- 2 Proposer une façon simple de calculer $7,5^2$ et donner le résultat.
- 3 Julie propose la conjecture suivante :
 $(n + 0,5)^2 = n(n + 1) + 0,25$
où n est un nombre entier positif.

Prouver que la conjecture de Julie est vraie (*quel que soit le nombre n*).

6. Factorisation et identité remarquable

E.7997    Factoriser les expressions suivantes :

- a $(x + 4)^2 - 2^2$
- b $(x + 1)^2 - 3^2$
- c $(x - 2)^2 - 2^2$
- d $4^2 - (x + 1)^2$

E.9207    Factoriser les expressions suivantes :

$$B = (x + 2)^2 - (1 - 2x)^2 \quad ; \quad C = 4 - 16x^2 + (4x + 2)(5x - 4)$$

7. Développer, factoriser et calculer

E.699   

- 1 Développer l'expression : $A = (2x - 1)^2$.
- 2 Donner la forme factorisée de : $B = 4x^2 - 4x + 1$
- 3 Donner la valeur de B pour $x = 0$ et pour $x = \frac{1}{2}$.

E.696    On considère l'expression littérale :
 $(E) : (2x - 1)^2 - 3(x + 1)(2x - 1)$

- 1 Factoriser (E) .
- 2 Développer (E) .
- 3 Calculer (E) pour $x = 1$ de trois manières différentes.
Puis, calculer (E) pour $x = \frac{1}{4}$.

Question subsidiaire :

- 4 Quels sont les deux valeurs de x qui annulent l'expression (E) ?
Pouvez-vous justifier?

E.3697 On considère l'expression :

$$D = (2x + 3)^2 + (x - 5)(2x + 3)$$

- 1 Développer et réduire l'expression D .
- 2 Factoriser l'expression D .
- 3 Calculons l'expression pour $x=1$ et $x=\frac{2}{3}$.

8. Problèmes

E.6303 Léa pense qu'en multipliant deux entiers impairs consécutifs (*c'est-à-dire qui se suivent*) et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

- 1 **Étude d'un exemple :** 5 et 7 sont deux entiers impairs consécutifs.
 - a Calculer : $5 \times 7 + 1$.
 - b Léa a-t-elle raison pour cet exemple?
- 2 Le tableau ci-dessous montre le travail qu'elle a réalisé dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
1		Entier impair	Entier impair suivant	Produit de ces entiers impairs consécutifs	Résultat obtenu
2	x	$2x+1$	$2x+3$	$(2x+1)(2x+3)$	$(2x+1)(2x+3)+1$
3	0	1	3	3	4
4	1	3	5	15	16
5	2	5	7	35	36
6	3	7	9	63	64
7	4	9	11	99	100
8	5	11	13	143	144
9	6	13	15	195	196
10	7	15	17	255	256
11	8	17	19	323	324
12	9	19	21	399	400

- a D'après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier entier impair 17?
- b Montrer que cet entier est un multiple de 4.
- c Parmi les quatre formules de calcul tableau suivantes, deux formules ont pu être saisies dans la cellule D3. Lesquelles? Aucune justification n'est attendue.
 - Formule 1 : $=(2*A3+1)*(2*A3+3)$
 - Formule 2 : $=(2*B3+1)*(2*C3+3)$
 - Formule 3 : $=B3*C3$
 - Formule 4 : $=(2*D3+1)*(2*D3+3)$
- 3 **Étude algébrique :**
 - a Développer et réduire l'expression : $(2x + 1)(2x + 3) + 1$
 - b Montrer que Léa avait raison : le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

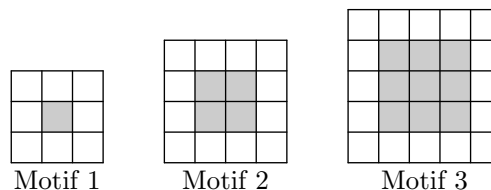
E.7634 Gaspard réalise des motifs

E.3695 On considère l'expression :

$$A = \frac{1}{4}[(a+b)^2 - (a-b)^2]$$

- 1 Calculer A pour $a=1$ et $b=5$.
- 2 Calculer A pour $a=-2$ et $b=-3$.
- 3 Alex affirme que le nombre A est égal au produit des nombres a et b . A-t-il raison? Justifier.

avec des carreaux de mosaïque blancs et gris de la façon suivante :



Gaspard forme un carré avec des carreaux gris puis le borde avec des carreaux blancs.

- 1 Combien de carreaux blancs Gaspard va-t-il utiliser pour border le carré gris du motif 4 (*un carré ayant 4 carreaux gris de côté*)?
- 2 a Justifier que Gaspard peut réaliser un motif de ce type en utilisant exactement 144 carreaux gris.
 - b Combien de carreaux blancs utilisera-t-il alors pour border le carré gris obtenu?
- 3 On appelle "*motif n*" le motif pour lequel on borde un carré de n carreaux gris de côté.

Trois élèves ont proposé chacun une expression pour calculer le nombre de carreaux blancs nécessaires pour réaliser le "*motif n*" :

 - Expression n°1 : $2 \times n + 2 \times (n+2)$
 - Expression n°2 : $4 \times (n+2)$
 - Expression n°3 : $4 \times (n+2) - 4$

Une seule de ces trois expressions ne convient pas. Laquelle?

E.5183

Indication : Pour cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 1.
- Calculer le carré de cette somme.
- Enlever 16 au résultat obtenu.

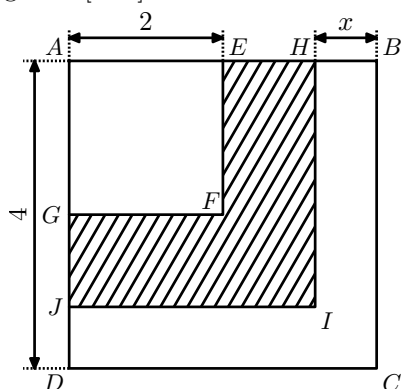
et l'expression littérale P définie par : $P = x^2 + 2x - 15$

Montrer que, quel que soit le nombre de départ choisi, on obtient la même valeur :

- par le programme de calcul ;
- qu'en évaluant l'expression P en cette valeur.

9. Problèmes et géométrie

E.826 Dans la figure ci-dessous $AEFG$, $AHIJ$ et $ABCD$ sont des carrés. On note x la mesure du segment $[HB]$.



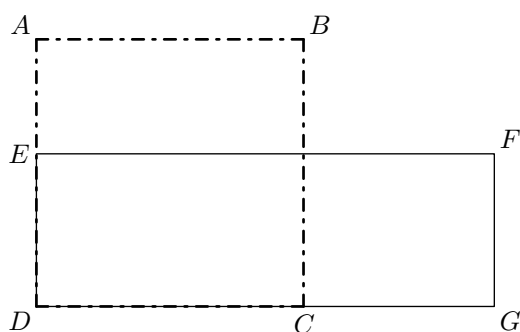
- 1 a Exprimer AH en fonction de x .
 b en déduire l'aire de $AHIJ$.
 c Parmi les expressions algébriques, laquelle (ou lesquelles) correspondent à l'aire hachurée :
 $M = (4-x)^2 - 2^2$; $N = (4-x-2)^2$; $P = 4^2 - x^2 - 2^2$
- 2 Développer et réduire l'expression : $Q = (4-x)^2 - 4$.
- 3 Factoriser Q .
- 4 Calculer Q pour $x=2$. Que traduit ce résultat pour la figure?

E.5917 Le dessin-ci-dessous représente une figure composée :

- d'un carré $ABCD$ et d'un rectangle $DEFG$.
- E est un point du segment $[AD]$.
- C est un point du segment $[DG]$.

Dans cette figure, la longueur AB peut varier, mais on a toujours :

$$AE = 15 \text{ cm} ; CG = 25 \text{ cm}$$



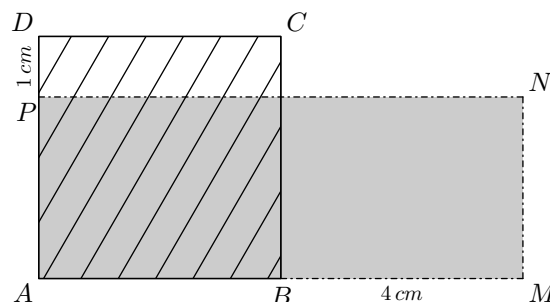
- 1 Dans cette question, on suppose que : $AB = 40 \text{ cm}$
 - a Calculer l'aire du carré $ABCD$.
 - b Calculer l'aire du rectangle $DEFG$.

- 2 Peut-on trouver la longueur AB de sorte que l'aire du carré $ABCD$ soit égale à l'aire du rectangle $DEFG$?

Si oui, calculer AB . Si non, expliquer pourquoi.

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

E.10814 Ci-dessous est représenté un carré $ABCD$ et un rectangle $AMNP$ construit à partir des côtés du carré :

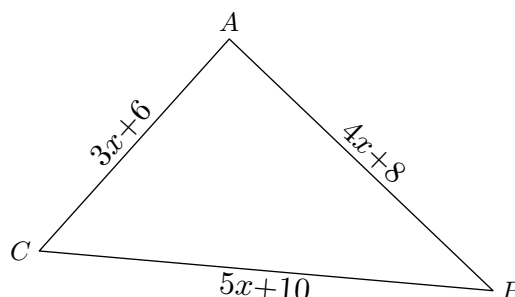


On a : $DP = 1 \text{ cm}$; $BM = 4 \text{ cm}$

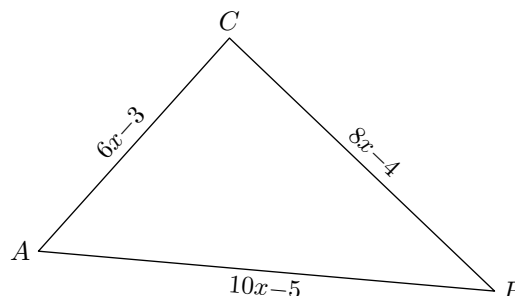
On note x la mesure des côtés du carré $ABCD$. Déterminer la valeur de x pour que le carré $ABCD$ et le rectangle $AMNP$ aient la même aire.

Indication : toutes traces de recherche et les explications de la démarche seront prises en compte dans l'évaluation.

E.680 Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A quelle que soit la valeur de " x " :



E.2601 Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C quelle que soit la valeur de " x " :



10. Partage

E.693

- 1 Développer et simplifier les expressions suivantes :

a $(3x+2)^2$ b $(5-x)(5+x) + (x-1)^2$

- 2 Factoriser les expressions suivantes :

a) $9x^2 - 25$ b) $(x+1)(5-2x) - (x+1)^2$

E.3759    Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule d'entre elles est exacte.

Chaque réponse donne un point, une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

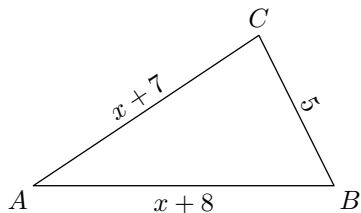
Pour chacune des questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

		Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
1	$6-4(x-2)$ est égale à	$2x - 4$	$14 - 4x$	$-2 - 4x$
2	Quelle l'expression factorisée de : $4x^2 - 12x + 9$	$(2x+3)(2x-3)$	$(2x+3)^2$	$(2x-3)^2$
3	Pour $x=-2$, l'expression $5x^2 + 2x - 3$ est égale à	13	-27	17

11. Exercices non-classés

E.819     x est un nombre positif compris entre 0 et 10; les longueurs sont exprimées en cm et les aires en cm^2 .

La figure ci-dessous est effectuée à main levée. Il s'agit de savoir s'il existe une valeur de x pour laquelle ABC est un triangle rectangle.



1 Calculer AB et AC lorsque $x=4$. Lorsque $x=4$, ABC est-il rectangle? Justifier la réponse.

2 Développer et réduire: $(x+7)^2$; $(x+8)^2$

En déduire: $AB^2 - AC^2 = 2x + 15$

Quelle est la valeur de $AB^2 - AC^2$ lorsque $x=0$, lorsque $x=10$?

La valeur de BC^2 dépend-elle du nombre x ?

3 a Résoudre l'équation: $2x + 15 = 25$.

b En déduire la valeur de x , afin que le triangle ABC soit rectangle en C . Justifier votre résultat.