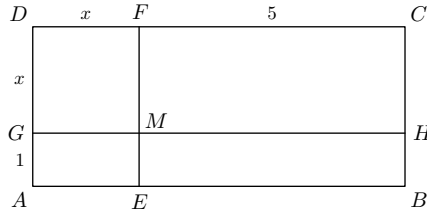


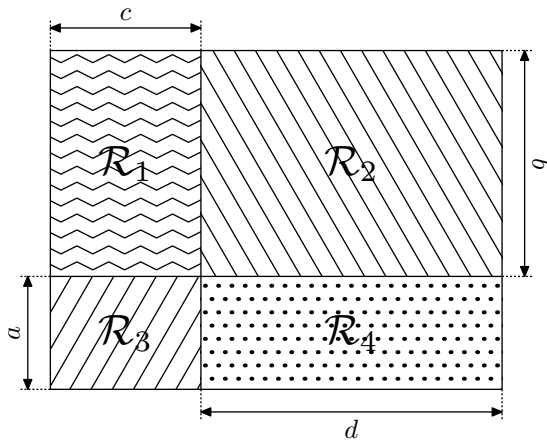
1. Introduction à la double distributivité

E.11105 On considère la figure composée ci-dessous de rectangles :



- Exprimer l'aire du rectangle $ABCD$ sous la forme d'un produit.
- Exprimer l'aire du rectangle $ABCD$ sous la forme d'une somme.

E.7897 On considère un rectangle $\mathcal{R}$ découpé en quatre rectangles $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$, $\mathcal{R}_3$ et $\mathcal{R}_4$:



Les dimensions sont portées directement sur la figure.

- Donner la longueur et la largeur du rectangle $\mathcal{R}$.
- Donner une expression de l'aire $\mathcal{A}_{\mathcal{R}}$ du rectangle $\mathcal{R}$.
- Exprimer les aires $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_2$, $\mathcal{A}_3$, $\mathcal{A}_4$ respectives des rectangles $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$, $\mathcal{R}_3$, $\mathcal{R}_4$.
- Donner une expression de l'aire $\mathcal{A}_{\mathcal{R}}$ du rectangle $\mathcal{R}$.

On vient d'établir la propriété suivante :

Proposition : (double distributivité de la multiplication sur l'addition)

Pour tous nombres a, b, c, d , on a l'identité suivante :

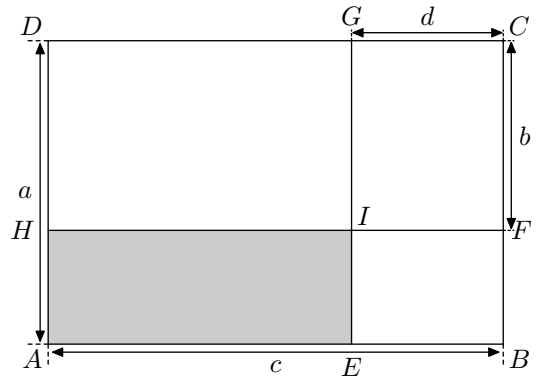
$$(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

Exemple / Remarque :

On représente souvent ce **développement** à l'aide des flèches suivantes :

$$\begin{aligned} (x+2)(2x+4) &= x \times 2x + x \times 4 + 2 \times 2x + 2 \times 4 \\ &= 2x^2 + 4x + 4x + 8 \\ &= 2x^2 + 8x + 8 \end{aligned}$$

E.1926 On considère le rectangle $ABCD$ ci-dessous. Les droites (EG) et (FH) partagent ce rectangle en quatre rectangles.



- En exprimant la longueur et de la largeur du rectangle $AEIH$, en fonction des mesures a, b, c, d , donner une expression de l'aire du rectangle
- En déterminant les aires des quatre rectangles $ABCD$, $ABCG$, $CDHF$, $GIFC$, en déduire une autre expression de l'aire du rectangle $AEIH$.

Remarque : on vient d'établir une autre identité de la double distributivité :

$$(a-b)(c-d) = a \times c - a \times d - b \times c + b \times d$$

E.1924 On considère les deux expressions suivantes :

$$A = (3x+2)(x+3) \quad ; \quad B = 3x^2 + 11x + 6$$

- Pour chaque ligne du tableau suivant, calculer les deux expressions littérales pour la valeur de x donnée.

x	$(3x+2)(x+3)$	$3x^2 + 11x + 6$
0		
2		
-1		

- Faire une conjecture quant à ces deux expressions.
- Grâce à la simple distributivité, on peut distribuer le facteur $3x+2$ sur chacun des termes de la somme $x+3$. On obtient l'identité suivante :

$$(3x+2)(x+3) = (3x+2) \times x + (3x+2) \times 3$$

On note C l'expression : $C = (3x+2) \times x + (3x+2) \times 3$

- Développer, puis réduire l'expression C .
- Justifier l'égalité des expressions A et B sont égales.

Conclusion : on vient d'établir l'égalité :

$$\begin{aligned} (3x+2)(x+3) &= 3x \times x + 3x \times 3 + 2 \times x + 2 \times 3 \\ &= 3x^2 + 9x + 2x + 6 \\ &= 3x^2 + 11x + 6 \end{aligned}$$

2. Double distributivité et coefficient positif

E.4599   

Définition :

on appelle "double-distributivité" l'action de développer deux facteurs comportant des sommes/soustractions.

Proposition : soit a, b, c, d quatre nombres. On a l'identité :

$$(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $(3x + 1)(3 + 4x)$ b $(3x + 2)(5x + 4)$

c $(2x + 5)(3 + 2x)$ d $(2x + 1)(3x + 2)$

E.1077    Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $(3x + 1)(2x + 4)$ b $(2x + 1)(3x + 1)$

c $(2 + x)(x + 2)$ d $(2x + 1)(7 + 4x)$

Exemple commenté :

$$\begin{aligned} (3x + 1)(2x + 4) &= 3x \times 2x + 3x \times 4 + 1 \times 2x + 1 \times 4 \\ &= 6x^2 + 12x + 2x + 4 \\ &= 6x^2 + 14x + 4 \end{aligned}$$

E.7938    Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $(2x + 1)(x + 3)$ b $(x + 4)(x + 5)$

c $(x + 1)(2x + 4)$ d $(1 + 3x)(2x + 1)$

E.11501    Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $(3x + 2)(2x + 7)$ b $(x + 5)(4x + 1)$

E.11490    Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $(3x + 4)(x + 6)$ b $(2x + 1)(4x + 2)$

E.8977    Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $(x + 4)^2$ b $(2x + 1)^2$

3. Double distributivité

E.11401    Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $(3x + 5)(x - 2)$ b $(2x - 1)(2x + 3)$

E.11402    Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $(3 - x)(3x + 2)$ b $(x - 5)(2x + 1)$

E.11421    Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $(x + 5)(2x - 1)$ b $(2 - 3x)(2x + 1)$

E.11422    Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $(x - 2)(2x + 1)$ b $(x + 5)(3 - 7x)$

E.11424    Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $(x - 7)^2$ b $(4x - 3)^2$

E.11423    Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $(2x - 5)(x + 1)$ b $(-2x + 1)(x + 1)$

E.8994    Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $(2 - x)(x - 5)$ b $(4 - x)(7x - 3)$

E.4623    Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $(5 - 2x)(-1 + x)$ b $(-3x + 2)(x - 2)$

E.1079    Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $(2x - 1)(-x - 3)$ b $(5x - 2)(-3 - x)$

E.1947    Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $(-2x + 2)(-1 - x)$ b $(3x - 1)(-5x - 1)$

E.8963    Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $2(-x - 2)(2x - 6)$ b $-(x - 3)(7 - 2x)$

E.8966    Développer, puis réduire les expressions suivantes :

a $2(5x - 2)(x + 1)$ b $-(x + 1)(x + 1)$

E.1083    Recopier les égalités ci-dessous en complétant convenablement les pointillés par les expressions manquantes :

a) $(-3x + 1)(-x - 5) = \dots x^2 + 14x \dots$

b) $(2x + 5)(-5x + 2) = -10x^2 \dots x + 10$

c) $(3x - 4)(-2x + 1) = -6x^2 \dots x - 4$

E.3605    Développer puis réduire chacune des expressions suivantes :

a) $(x + 1)(2x + 1)$

b) $(3x + 1)(2x + 2)$

E.9201    Donner la forme développée et réduite des expressions suivantes :

a) $(2 + x)(3x - 1)$

b) $(5x - 1)(x + 2)$

E.9198    Développer puis réduire chacune des expressions suivantes :

a) $(2x + 1)(5 - 2x)$

b) $(3x - 2)(1 - x)$

E.10809    Développer et réduire les expressions suivantes :

a) $(2x + 1)(x - 4)$

b) $(4x - 1)(5 - 2x)$

E.3607    Recopier et compléter correctement les égalités suivantes :

a) $(3x + 2)(\dots x + 1) = 15x^2 + \dots x + \dots$

b) $(x + 1)(x - \dots) = \dots x^2 - x - \dots$

c) $(2x + \dots)(1 + \dots x) = -4x^2 + 4x + \dots$

d) $(3x + 1)(\dots x + \dots) = 9x^2 + \dots x + 1$

E.2205    Recopier et compléter correctement les égalités suivantes :

a) $(2x + 3)(3x + 1) = \dots x^2 \dots x \dots$

b) $(3x + \dots)(2 \dots x) = \dots x^2 + 7x + 2$

d) $(\dots - x)(-2 \dots x) = x^2 - x - 6$

e) $(3x + \dots)(\dots x + \dots) = 6x^2 + 8x + \dots$

E.9393    Développer puis réduire chacune des expressions suivantes :

a) $-(x + 1)(2x - 3)$

b) $2(1 - x)(2 - x)$

4. Double-distributivité et priorité des opérations

E.703    Donner la forme développée et réduite des expressions suivantes :

a) $2 \times (2x - 3)(0,5x + 1)$

b) $(2x + 1)[3 + (2 - x) \times 2]$

E.10810    Développer et réduire l'expression :

$$A = (5x - 1)(2x - 3) + 5(x - 3)$$

E.3606    Développer puis réduire chacune des expressions suivantes :

a) $3(x - 1) + (x + 1)(2x + 1)$

b) $(x + 2)(x + 1) + (x + 3)(2x - 1)$

E.8962    Développer et simplifier les expressions suivantes :

a) $(5 - 2x)(2x + 4) + 3(5 - 3x)$

b) $(2x + 3)(x - 4) + x(2x + 4)$

E.11426    Développer et réduire les expressions suivantes :

a) $(5x + 2)(3x + 1) - (x + 1) \times 2$

b) $(x + 2)(3x + 2) - (2x + 3) \times 4$

E.8964    Déterminer la forme développée et réduite de chacune des expressions suivantes :

a) $(2x + 4)(3 - 2x) - 2(x - 3)$

B) $(-2x + 4)(x + 1) - 2(x^2 - 4)$

E.9199    Développer puis réduire chacune des expressions suivantes :

a) $(2 - x)(1 + x) - 3(5 - 2x)$

b) $5(x - 1)(x + 4) - 3(x + 2)$

E.10743    Développer puis réduire chacune des expressions suivantes :

a) $3x(x - 1) - (x - 2)(2x - 4)$

b) $(5x + 1)(3 - x) - 3(1 - x)$

E.1078    Développer et réduire chacune des expressions littérales suivantes :

b) $(-x + 5)(3x + 1) - (-x + 2)(3x + 4)$

E.11425    Développer et simplifier les expressions suivantes :

a) $3(5x + 1)(2 - x) - (5 - 2x)(5 - 2x)$

b) $2(2 - x)(3x - 1) - 2x(4 - 2x)$

E.8965    Développer et réduire les expressions suivantes :

a) $-(2x + 1)(3 - x) + 2(x - 1)$

b) $-(2x - 1)(x + 1) - (3x + 1)(2 - x)$

5. Double distributivité et problème

E.8940 🔑 📏 📅 On donne le programme de calcul suivant :

Étape 1	Choisir un nombre de départ
Étape 2	Ajouter 6 au nombre départ
Étape 3	Retrancher 5 au nombre de départ
Étape 4	Multiplier les résultats des étapes 2 et 3
Étape 5	Ajouter 30 à ce produit
Étape 6	Donner le résultat

- Montrer que si le nombre choisi est 4, le résultat est 20.
 - Quel est le résultat quand on applique ce programme de calcul au nombre -3 ?
- Zoé pense qu'un nombre de départ étant choisi, le résultat est égal à la somme de ce nombre et de son carré.
 - Vérifier qu'elle a raison quand le nombre choisi au départ vaut 4, et aussi quand on choisit -3 .
 - Ismaël décide d'utiliser un tableur pour vérifier l'affirmation de Zoé sur quelques exemples.

B6		$f_x \sum = B1 + B1^2$				
	A	B	C	D	E	F
1	Étape 1	2	5	7	10	
2	Étape 2	8	11	13	16	26
3	Étape 3	-3	0	2	5	15
4	Étape 4	-24	0	26	80	390
5	Étape 5 (résultat)	6	30	56	110	450
6	Somme du nombre et de son carré	6	30	56	110	420

Il a écrit des formules en B2 et B3 pour exécuter automatiquement les étapes 2 et 3 du programme de calcul.

Quelle formule à recopier vers la droite a-t-il écrite dans la cellule B4 pour exécuter l'étape 4?

- Zoé observe les résultats, puis confirme que pour tout nombre x choisi, le résultat du programme de calcul est bien x^2+x .
Démontrer sa réponse.

E.1948 🔑 📏 📅

- Développer et réduire l'expression suivante :

$$A = (x+1)(2x-1) - x$$

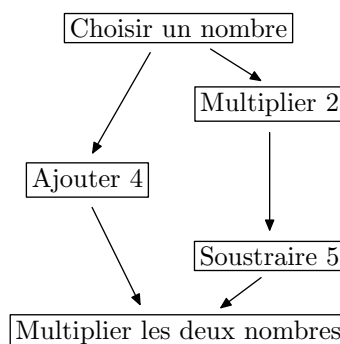
- En déduire la valeur du calcul suivant :

$$B = 1\,001 \times 1\,999 - 1\,000$$

E.7921 🔑 📏 📅

On considère le programme de calcul présenté à droite :

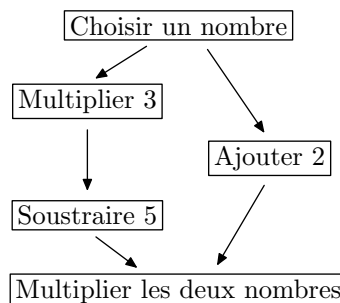
- En choisissant le nombre 3, montrer qu'en sortie le programme de calcul renverra le nombre 7.
- En notant x le nombre de départ, montrer que le nombre renvoyé par le programme de calcul s'exprime par :
 $2x^2+3x-20$



E.11491 🔑 📏 📅

On considère le programme de calcul présenté à droite :

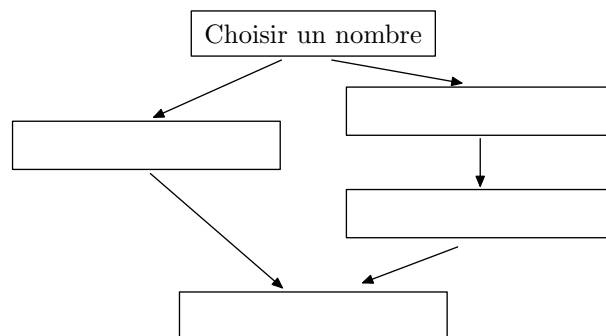
- En choisissant le nombre 2 pour valeur d'entrée, déterminer la valeur de sortie de ce programme de calcul.
- On note x le nombre d'entrée choisi pour ce programme de calcul :
 - Donner l'expression du nombre de sortie en fonction de x .
 - Etablir que cette expression admet pour expression développée et réduite : $3x^2+x-10$



E.9030 🔑 📏 📅 On considère l'expression E définie par :

$$E = (x-5)(2x+1)$$

Compléter le diagramme ci-dessous, à l'aide d'instruction en français, afin que le programme de calcul construit corresponde à l'expression E :

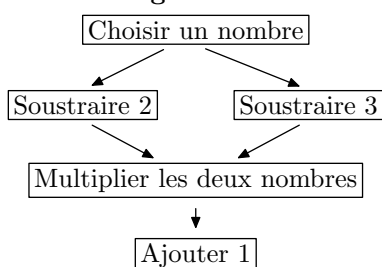


E.11545 On considère les deux programmes de calcul suivants :

Programme A

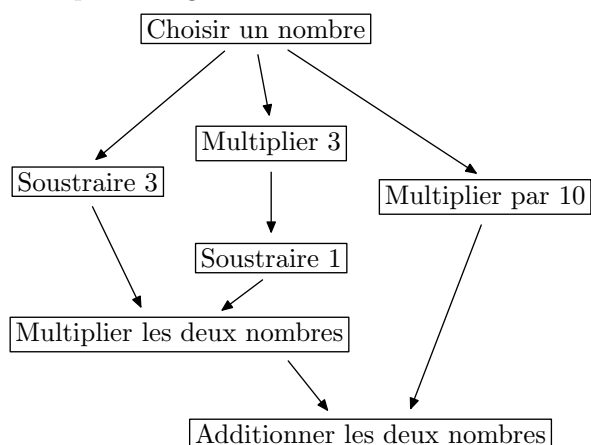
- Choisir un nombre
- Prendre le carré du nombre
- Multiplier par 3
- Soustraire 15
- Diviser par 3
- Ajouter 5

Programme B



- Montrer que, lorsque le nombre choisi est 4, le résultat obtenu avec le programme A est 16.
- Montrer que, lorsque le nombre choisi est -2 , le résultat obtenu avec le programme A est 4.
- Justifier que l'affirmation suivante est vraie :
"Le programme A donne toujours le carré du nombre choisi."
- Lorsque le nombre choisi est 10, quel résultat obtient-on avec le programme B?
- Il existe exactement un nombre pour lequel les programmes A et B fournissent des résultats identiques. Quel est ce nombre?

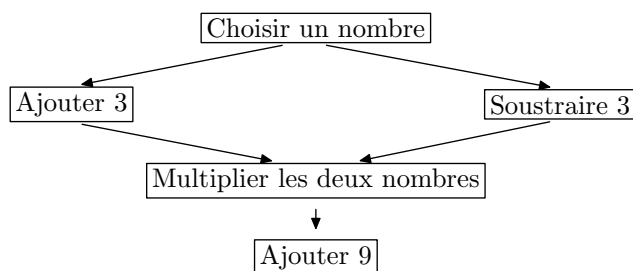
E.7922 On considère le programme de calcul représenté par le diagramme ci-dessous :



Démontrer que, quel que soit le nombre x choisit en entrée,

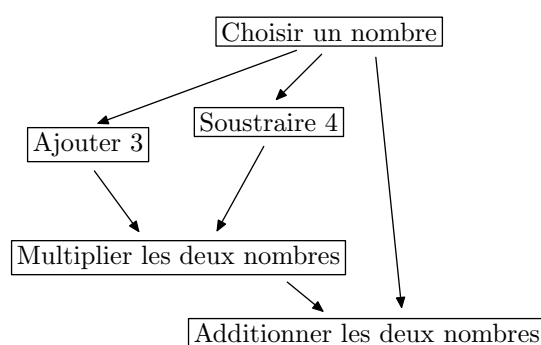
le nombre en sortie renvoyé par le programme de calcul est toujours un nombre strictement positif.

E.9008 On considère le programme de calcul ci-dessous :



- Donner l'expression développée, puis réduite associée à ce programme de calcul.
- Proposer un programme de calcul équivalent, mais simplifié.

E.7937 On considère le programme de calcul représenté par le diagramme ci-dessous :



Déterminer les deux nombres possibles à choisir en entrée dans ce programme de calcul pour que le nombre en sortie ait pour valeur 13.

E.2206 On considère l'expression :

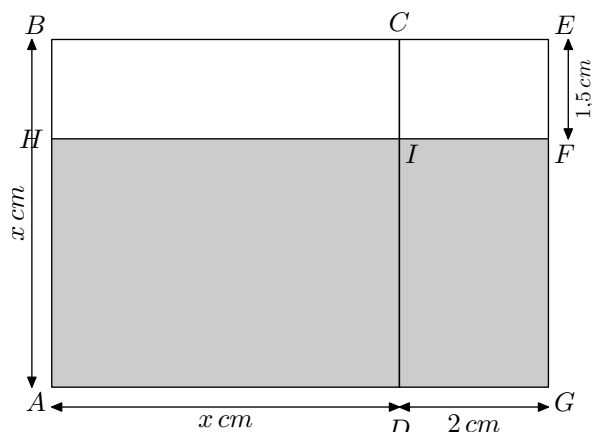
$$A = (2x + 1)(x + 2) - 2x(x - 1)$$

- Développer et réduire l'expression A.
- Sans utiliser la calculatrice, déduire de la question précédente la valeur du calcul suivant :

$$B = 20\,001 \times 10\,002 - 20\,000 \times 9\,999$$

6. Double distributivité, figures géométriques et problèmes

E.80 Dans la figure ci-dessous ABEG est un rectangle et ABCD est un carré. On s'intéresse au rectangle AHFG.



1 a Déterminer l'aire du rectangle $AHFG$ lorsque $x = 4$.

b On considère l'expression littérale P définie par :

$$P = x^2 + 0,5x - 3$$

Calculer l'expression P pour $x = 4$.

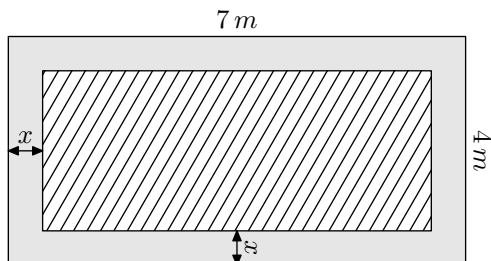
2 Établir que l'aire du rectangle $AHFG$ s'exprime en fonction de x à l'aide de l'expression littérale P .

E.6343   

Indication : Pour cette question, faire apparaître sur la copie la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte lors de l'évaluation même si le travail n'est pas complètement abouti.

Juliette possède un terrain rectangulaire de dimension $7\text{ m} \times 4\text{ m}$ sur lequel elle souhaite construire une piscine. Elle souhaite entourer sa piscine d'une allée ayant la même largeur tout autour de la piscine.

Cette situation est représentée dans le schéma ci-dessous :



Parmi les expressions ci-dessous, laquelle représente l'aire de la piscine :

a $x^2 - 11x + 28$

b $x^2 - 11x - 28$

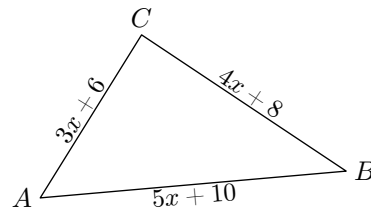
c $-x^2 + 11x + 28$

d $4x^2 - 22x + 28$

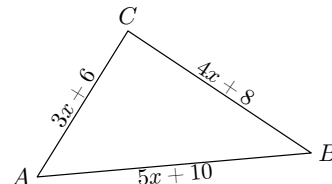
e $4x^2 - 22x - 28$

f $-4x^2 + 22x + 28$

E.1949    Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C quelle que soit la valeur de " x " :



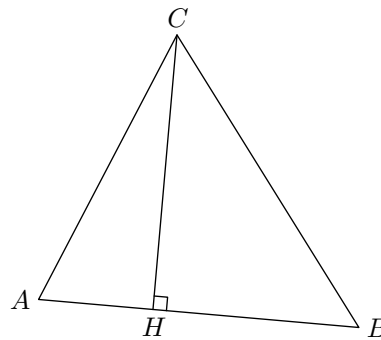
E.7936    Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C quelle que soit la valeur de " x " :



E.8758     Le triangle ABC ci-contre est tel que :

$$AC = 13 \quad ; \quad AB = 14 \quad ; \quad BC = 15$$

On note H le pied de la hauteur issue du sommet C .



Déterminer la mesure du segment $[CH]$.