



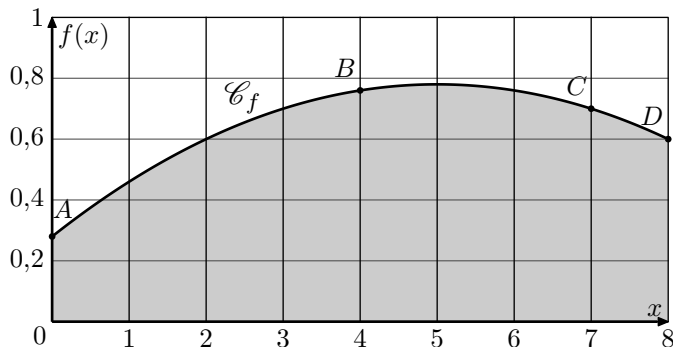
1. Introduction aux variations d'une fonction

E.7064 On considère la fonction définie sur $[0; 8]$ par :

$$f(x) = -0,02 \cdot x^2 + 0,2 \cdot x + 0,25$$

Dans une région montagneuse, une entreprise étudie un projet de route reliant les villages A , B et C situés à des altitudes différentes. La fonction f modélise le profil de ce projet routier. La variable x représente la distance horizontale, en kilomètres, depuis le village A et $f(x)$ représente l'altitude associée, en kilomètres.

La représentation graphique $\mathcal{C}_f$ de la fonction f est donnée ci-dessous.



Pour chacune des propositions suivantes, une seule réponse est correcte. Laquelle?

Proposition 1

L'écart d'altitude entre les villages A et B est donné par :

- ☐ a) $f(0) - f(4)$ ☐ b) $f(4) - f(0)$

Proposition 2

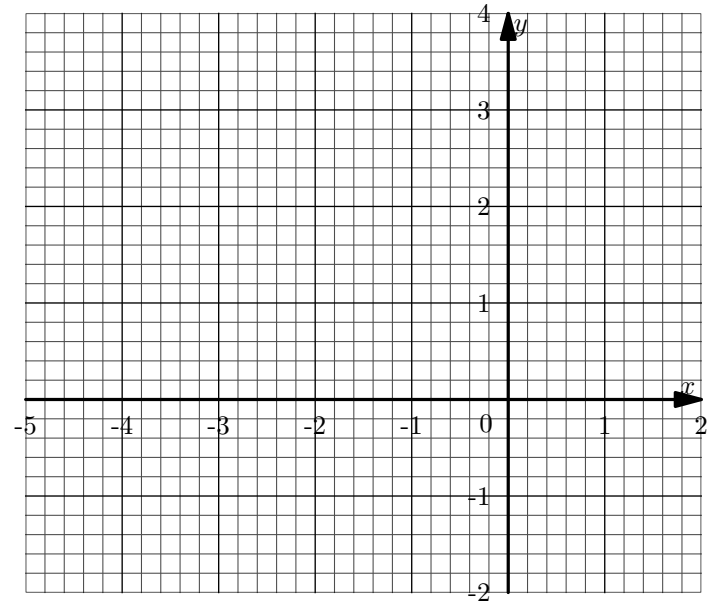
L'écart d'altitude entre les villages C et D est donné par :

- ☐ a) $f(7) - f(8)$ ☐ b) $f(8) - f(7)$.

E.378 On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-5; 2]$ dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 + \frac{3}{2} \cdot x^2 - \frac{3}{2}$$

On considère le plan muni du repère représenté ci-dessous :



On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère ci-dessus.

- 1) À l'aide la calculatrice, compléter les tableaux de valeurs ci-dessous en y inscrivant les valeurs des images arrondies au dixième près :

x	-5	-4,5	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1,5
$f(x)$								

x	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$							

- 2) Sur l'intervalle $[-5; -3]$, que peut-on dire des variations des images par la fonction f ?
- Sur l'intervalle $[-3; 0]$, que peut-on dire des variations des images par la fonction f ?
- 3) Placer l'ensemble des points de la courbe $\mathcal{C}_f$ obtenus à partir des tableaux de valeurs précédentes. Puis, effectuer le tracé de $\mathcal{C}_f$.
- 4) Décrire simplement le comportement de la courbe $\mathcal{C}_f$ sur l'intervalle $[-5; -3]$, puis sur l'intervalle $[-3; 0]$.

E.387   

Indication : ces questions seront traitées avec l'usage de la calculatrice placée en mode radian.

- ① Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ et dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :

$$f(x) = 2x + 1$$

Décrire les variations de la fonction f .

- ② Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par la relation :

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

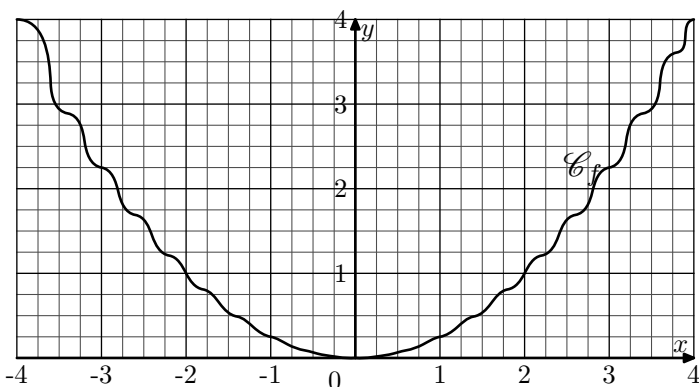
Décrire les variations de la fonction g .

- ③ Soit h la fonction définie sur $[-\pi; \pi]$ par la relation :

$$h(x) = \cos(x)$$

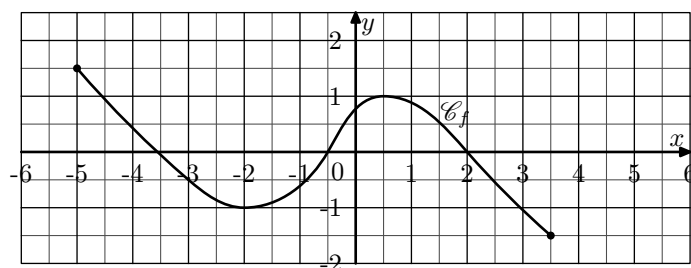
Décrire les variations de la fonction h .

E.4580    Dans le plan muni du repère ci-dessous, on considère la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f :



Décrire les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-4; 4]$.

E.11700   On considère la fonction f dont la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ est donnée dans le repère $(O; I; J)$:



- ① Donner l'ensemble de définition de la fonction f .

- ② Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-5	-3	-2	-0,5	0,5	2	3,5
$f(x)$							

- ③ Compléter le tableau de valeurs ci-dessous en y indiquant les "variations" de la fonction f :

x	-5	-3	-2	-0,5	0,5	2	3,5
$f(x)$	☐				☐		
		☐		☐		☐	
			☐				☐

- ④ Simplifier votre tableau au "strict nécessaire" pour y indiquer les "variations" de f :

x	
$f(x)$	

2. Tableaux de variation

E.9478    On considère une fonction f dont le tableau de variation est donnée ci-dessous :

x	-5	1	3	7
Variation de f	3			2
		-1	-1	

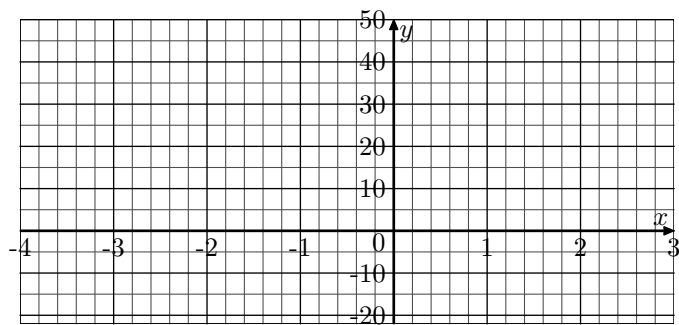
Compléter les phrases suivantes :

- l'ensemble de définition de la fonction f est $\mathcal{D}_f = \dots$
- la fonction f est strictement croissante sur $\dots$
- la fonction f est strictement décroissante sur $\dots$
- la fonction f est $\dots$ sur l'intervalle $[1; 3]$
- Le nombre $\dots$ n'admet pas d'image par f .

E.4571    On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3; 2]$ dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :

$$f(x) = 3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 24x - 1$$

On considère le plan muni du repère orthogonal ci-dessous :



On note $\mathcal{C}_f$ la représentation de la fonction f dans ce repère.

- 1 À l'aide de la calculatrice, compléter les tableaux de valeurs ci-dessous avec des valeurs arrondies au dixième :

x	-3	-2,8	-2,4	-2	-1	-0,8	0
$f(x)$							

x	0,5	0,8	1	1,3	1,5	1,7	2
$f(x)$							

- 2 Effectuer le tracé de la courbe $\mathcal{C}_f$ dans le repère ci-dessus.

- 3 Parmi les tableaux de variations ci-dessous lequel représente le mieux la courbe $\mathcal{C}_f$:

a

x	-3	1	2
$f(x)$	44		39
		-20	

b

x	-3	-1	2
$f(x)$	44		39
		12	

c

x	-3	-2	-1	1	2
$f(x)$	44		12		39
		7		-20	

d

x	-3	0,6	1	-1,8	2
$f(x)$	44		15		39
		-20		5	

E.2722    Ci-dessous, sont représentés les tableaux de variations et les représentations graphiques de quatre fonctions f, g, h, j .

Associer chaque tableau de variations à la représentation graphique correspondante :

a

x	-4	-2	1	2
Variation de f	-1	-3	2	1

b

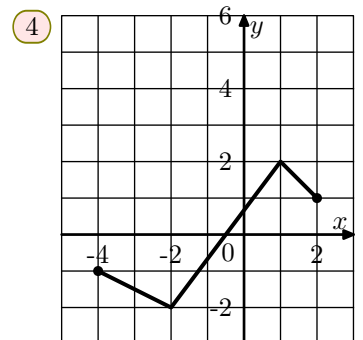
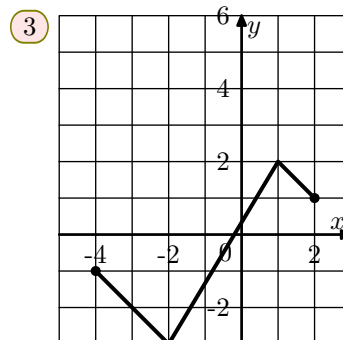
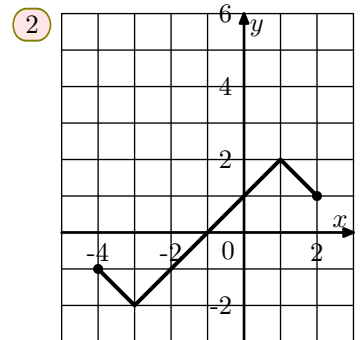
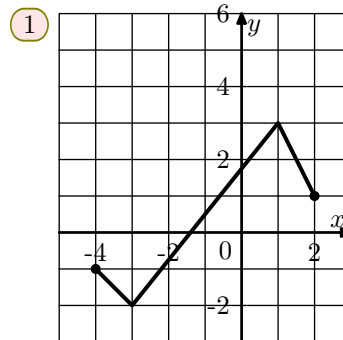
x	-4	-3	1	2
Variation de g	-1	-2	3	1

c

x	-4	-3	1	2
Variation de h	-1	-2	2	1

d

x	-4	-2	1	2
Variation de j	-1	-2	2	1



E.356    Ci-dessous, sont représentés les tableaux de variations et les représentations graphiques de quatre fonctions f , g , h , j .

Associer chaque tableau de variations à la représentation graphique correspondante :

a

x	-4	-2	1	2
Variation de f	-1	-3	1	1

b

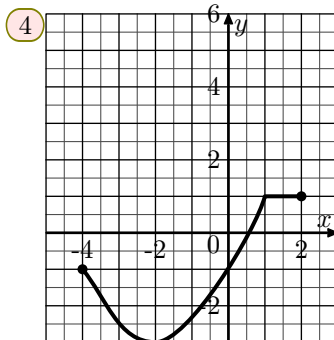
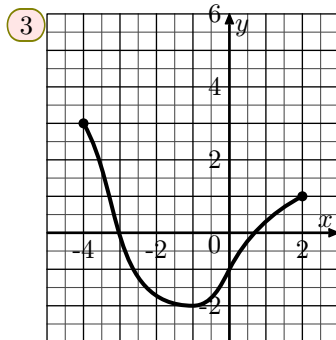
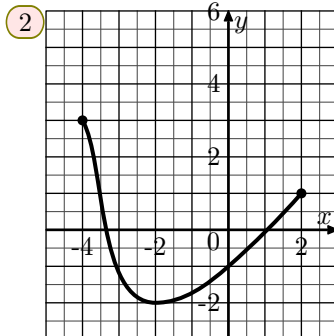
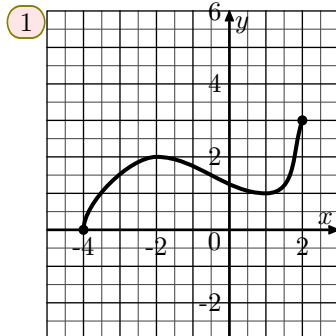
x	-4	-2	1	2
Variation de g	0	2	1	3

c

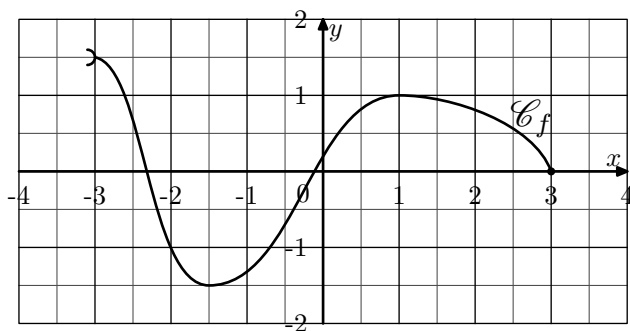
x	-4	-2	0	2
Variation de h	3	-2	-1	1

d

x	-4	-1	0	2
Variation de j	3	-2	-1	1



E.4579    Dans le plan muni du repère ci-dessous, on considère la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f :



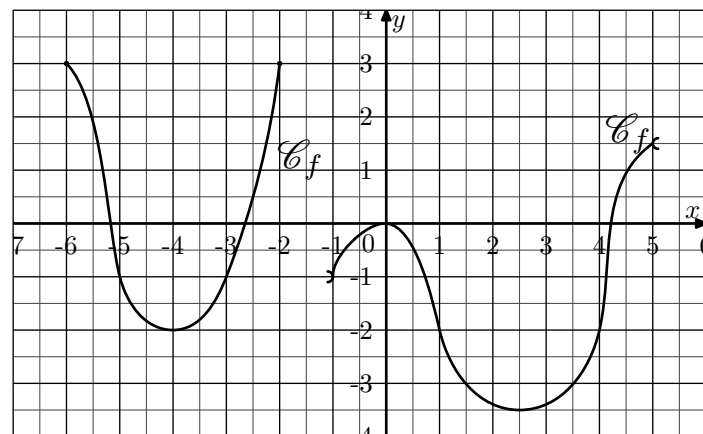
Dresser le tableau de variations de la fonction f .

E.360    On considère le plan muni du repère

3. Sens de variation et ordre

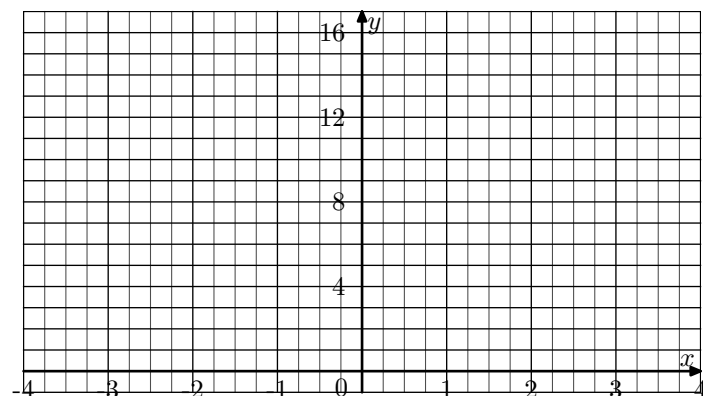
E.357    On considère la fonction g dont la représentation est donnée dans le repère orthonormé ci-dessous : donnée par la représentation ci-dessous :

orthonormé ci-dessous où est donnée la représentation de la fonction f définie par les deux morceaux de courbes indiqués :



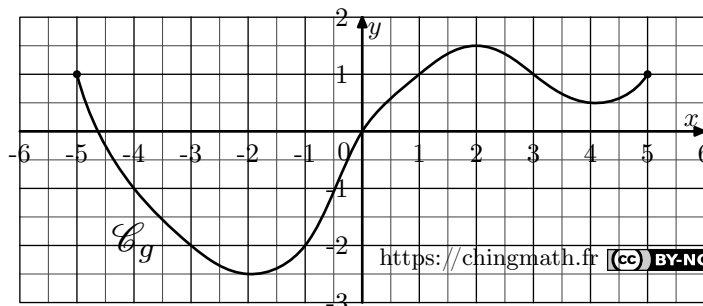
- Donner l'ensemble de définition de la fonction f définie par la courbe représentative ci-dessus.
- Donner, sans justification, les images par la fonction f des nombres :
-6 ; -4 ; -2 ; 0 ; 2,5
 - Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre 3 par la fonction f .

E.388    On munit le plan du repère orthonormal représenté ci-dessous :



Dans ce repère, tracer les courbes représentatives $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ de deux fonctions f et g distinctes, mais admettant le tableau de variations suivant :

x	-4	0	4
Variation de f et de g	16	0	16



- ① Donner l'ensemble de définition de la fonction g .
- ② Le tableau ci-dessous représente "schématiquement" les variations de la fonction g ; recopier et compléter ce tableau :

x	-5	-2	5
Variation de g	1	-2,5	

- ③ a Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$											

- b Que peut-on dire des deux listes de nombres ci-dessous :

$$L_1 = (g(-5); g(-4); g(-3); g(-2))$$

$$L_2 = (g(-2); g(-1); g(0); g(1); g(2))$$

- ④ Compléter les deux propositions suivantes :

Proposition : Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$ et a, b deux nombres appartenant à I ($a, b \in I$)

- Soit f une fonction croissante sur l'intervalle I .
Si $a < b$ alors $f(a) \dots f(b)$.

Cette proposition se traduit par la phrase : "Si une fonction est croissante alors deux nombres et leurs images sont rangés dans l'ordre"

- Soit f une fonction décroissante sur l'intervalle I .
Si $a < b$ alors $f(a) \dots f(b)$.

Cette proposition se traduit par la phrase : "Si une fonction est décroissante alors deux nombres et leurs images sont rangés dans l'ordre"

E.9348 On considère la fonction f définie sur $[-3; 5]$ qui admet le tableau de variations ci-dessous :

x	-3	0	3	5
Variation de f	5	1	2	-3

Réaliser les comparaisons des couples de nombres ci-dessous :

- a $f(0)$ et $f(1)$ b $f(4)$ et $f(5)$
c $f(-2)$ et $f(-1)$ d $f(1)$ et $f(2)$

E.9551 On considère une fonction f définie sur $[-5; 6]$ et qui admet le tableau de variations ci-dessous :

x	-5	-2	0	2	6
Variation de f	3	5	-4	1	-2

Comparer les nombres ci-dessous :

- a $f(-3)$ et $f(-4)$ b $f(3)$ et $f(4)$
c $f(-4)$ et $f(4)$ d $f(-2)$ et $f(1)$

E.9586 Soit F la fonction définie sur l'intervalle $[-10; 9]$ et dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-10	-4	2	6	9
Variation de f	3	4	-3	2	-1

Si possible, comparer les couples de nombres suivants :

- a $f(7)$ et $f(8)$ b $f(-9)$ et $f(1)$
c $f(-3)$ et $f(3)$ d $f(-8)$ et $f(-5)$

E.2704 On considère la fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-12	-5	$-\frac{9}{2}$	-1	0	3	6	$\sqrt{50}$
Variation de f	5	-2	2	6	3	-5	-3	0

Réaliser, si possible, la comparaison des nombres suivants :

- a $f(-3)$ et $f(-2)$ b $f(1)$ et $f(2)$ c $f(-5)$ et $f(3)$
d $f(6)$ et $f(-4)$ e $f(-4,75)$ et $f(7)$ f $f(-10)$ et $f(-3)$
g $f(-6)$ et $f(4)$ h $f(7)$ et $f(-2)$

E.2725 📊 📐 📦 On considère la fonction f dont le tracé de la courbe représentative est effectuée d'un seul trait. Voici un tableau de valeurs de la fonction f :

x	-2	-1	0	0,5	1	$\sqrt{2}$	$\frac{7}{3}$	4
$f(x)$	$\sqrt{3}$	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	-2	-3

1 Dire si les assertions suivantes sont vraies, fausses ou indécidables ; justifier vos réponses :

- a La fonction f est décroissante sur $[0; 1]$.
- b La fonction f est décroissante sur $[-2; 0]$.
- c La fonction f s'annule une seule fois.
- d La valeur maximale de f est 2.

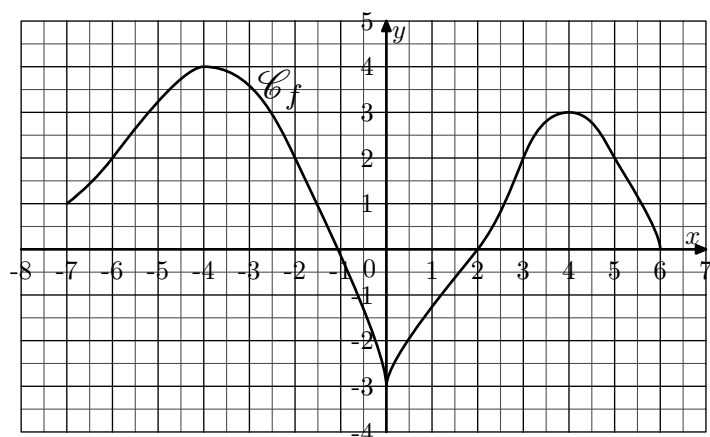
2 Supposons que la fonction f admette le tableau de variations suivant :

x	-2	0	$\sqrt{2}$	4
Variation de f	$\sqrt{3}$	$-\frac{1}{3}$	2	-3

Avec ces nouvelles indications, reprendre l'ensemble des questions de 1.

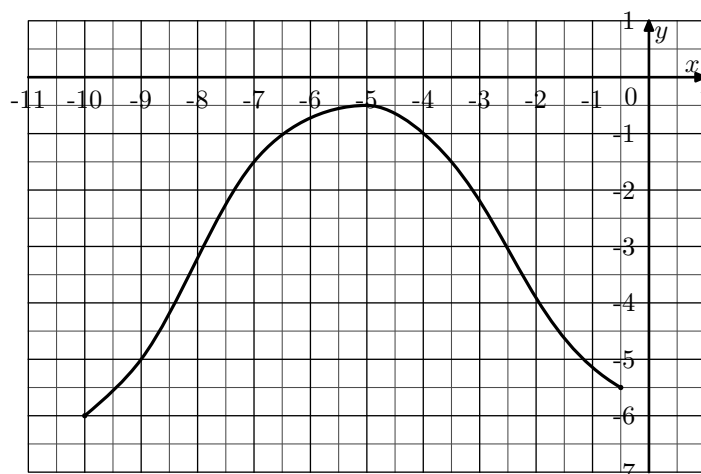
4. Maximum et minimum

E.383 📊 📐 📦 La représentation graphique de la fonction f est donnée dans le repère ci-dessous :



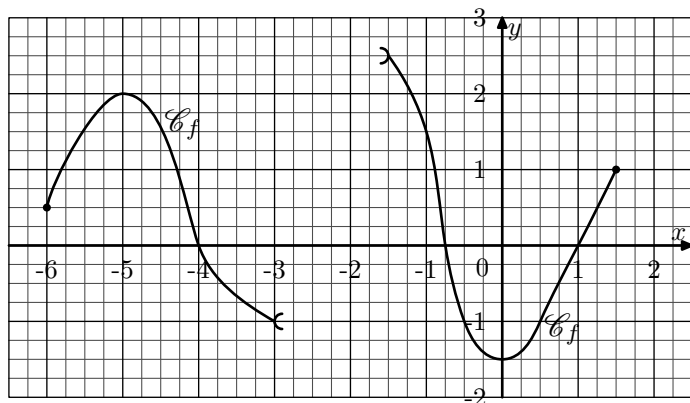
- 1 Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- 2 a Quelles sont les coordonnées du point le plus haut de la courbe $\mathcal{C}_f$?
b En déduire la valeur maximale prise par la fonction f sur son intervalle de définition.
- 3 Donner la valeur minimale prise par la fonction f et la valeur de x pour laquelle elle est atteinte.

E.381 📊 📐 📦 On considère la fonction f dont la représentation graphique est donnée dans le repère orthonormé ci-dessous :



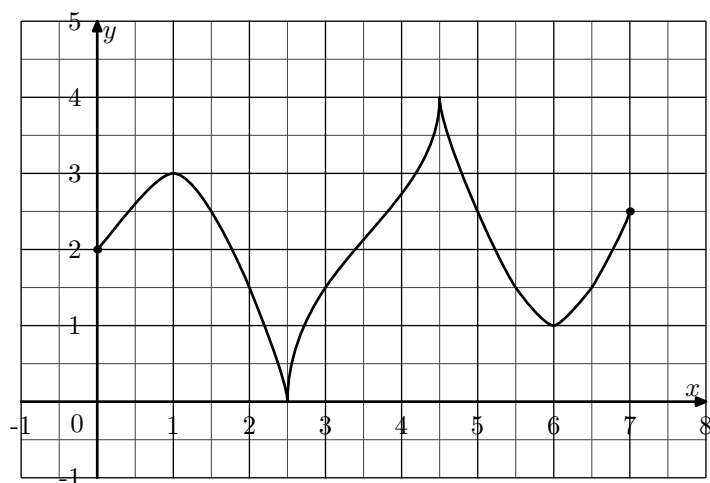
- 1 a Donner l'ensemble de définition de la fonction f .
b Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- 2 a Donner les coordonnées du point le plus haut de la courbe $\mathcal{C}_f$.
b Quelle est la valeur maximale atteinte par la fonction f ?
- 3 Donner le minimum de la fonction f sur l'intervalle $[-10; -5]$ et la valeur de x pour laquelle ce minimum est atteint.

E.9349    Soit f une fonction dont la représentation graphique est donnée dans le repère orthonormé ci-dessous :



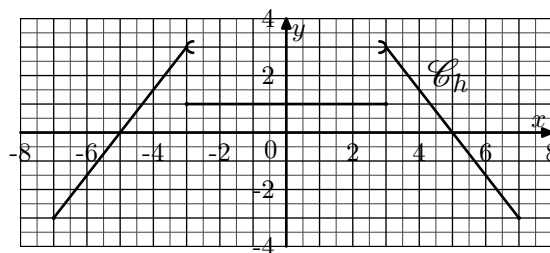
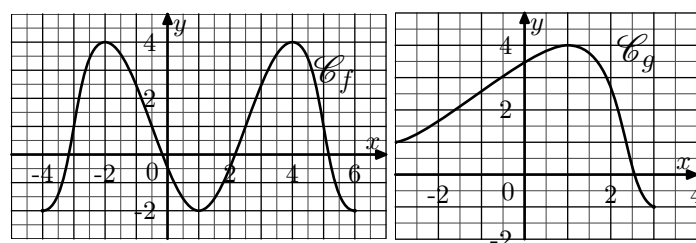
- 1 Donner l'ensemble de définition de la fonction f .
- 2 Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- 3
 - a Donner le minimum de la fonction f sur son ensemble de définition.
 - b Donner le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[-6; -3[$.

E.382    Voici la représentation graphique d'une fonction f .



- 1 Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
- 2 Donner le tableau de variations de la fonction f ?
- 3 Quel est le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0; \frac{5}{2}]$?
- 4 Quel est le maximum de f sur son ensemble de définition?
- 5 Quel est le minimum de f sur $[0; 7]$?

E.359    On considère trois fonctions f , g , h dont les courbes représentatives sont présentées ci-dessous :



- 1 Pour chacune de ces fonctions, dresser le tableau de variations à partir de leurs courbes représentatives.
- 2
 - a Donner les coordonnées du point le plus haut de la courbe $\mathcal{C}_f$ sur l'intervalle $[-4; 1]$?
 - b En déduire la valeur maximale atteinte par la fonction f sur l'intervalle $[-4; 1]$ et la valeur de x pour laquelle cette valeur est atteinte.
- 3 Donner la valeur maximale prise par la fonction g ; pour quelle valeur de x , ce maximum est-il atteint?
- 4
 - a Donner les coordonnées du point le plus bas de la courbe $\mathcal{C}_h$ sur l'intervalle $[-7; 0]$?
 - b En déduire le minimum de la fonction h sur $[-7; 0]$ et la valeur de x pour laquelle cette valeur est atteinte.

E.2144    Le tableau de variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est représenté ci-dessous :

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
Variation de f	5		7		3
		3		-4	

Pour chacune des affirmations, dire si elles sont vraies, fausses ou indécidables en justifiant à chaque fois votre réponse :

- a 3 admet le nombre -2 comme antécédent.
- b $f(1) > f(-1)$.
- c $f(2)$ est un nombre positif.
- d Le minimum de la fonction f est -4 .
- e Pour $x \in]-\infty; 0]$, on a : $f(x) \geq 0$
- f Le nombre 4 admet un unique antécédent.

5. Résolution d'inéquations

E.6112    Les antibiotiques sont des molécules possédant la propriété de tuer des bactéries ou d'en limiter la propagation.

Le tableau ci-dessous donne la concentration dans le sang en

fonction du temps d'un antibiotique injecté en une seule prise à un patient.

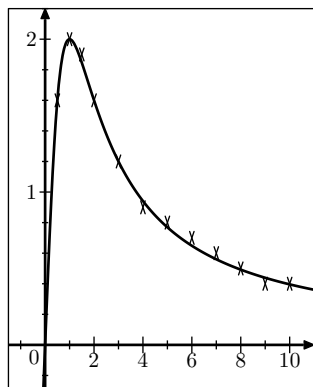
Temps en heure	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Concentration en mg/ℓ	1,6	2	1,9	1,6	1,2	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4

Ces données conduisent à la modélisation de la concentration en fonction du temps par la fonction g définie sur l'intervalle $[0; 10]$ par :

$$g(t) = \frac{4 \cdot t}{t^2 + 1}$$

Lorsque t représente le temps écoulé, en heures, depuis l'injection de l'antibiotique, $g(t)$ représente la concentration en mg/ℓ de l'antibiotique.

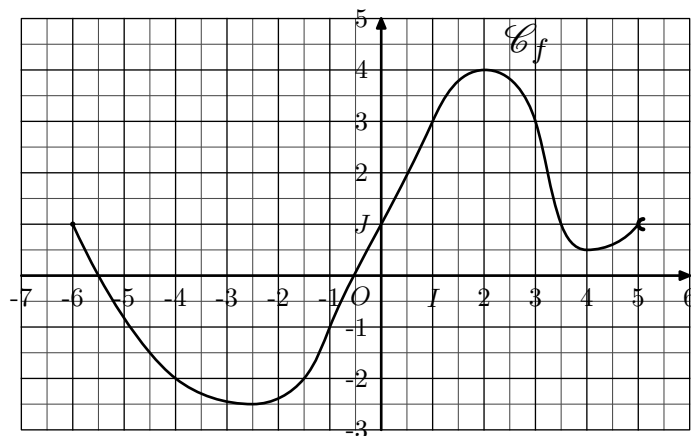
Le graphique ci-contre représente les données du tableau et la courbe représentative de la fonction g .



Par lecture graphique donner sans justification :

- les variations de la fonction g sur $[0; 10]$;
- la concentration maximale d'antibiotique lors des 10 premières heures ;
- l'intervalle de temps pendant lequel la concentration de l'antibiotique dans le sang est supérieure à $1,2 \text{ mg}/\ell$.

E.391 La courbe ci-dessous est la courbe représentative de la fonction f .



- Donner l'ensemble de définition de la fonction f .
- Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- Donner, sans justification, les images par la fonction f des intervalles suivants :
 a $[-2, 5; 0]$ b $]1; 3]$ c $] -6; 5[$
- Pour chaque question, donner sans justification l'ensemble des valeurs de x vérifiant l'encadrement suivant :
 a $3 \leq f(x) \leq 4$ b $-3 \leq f(x) < 1$

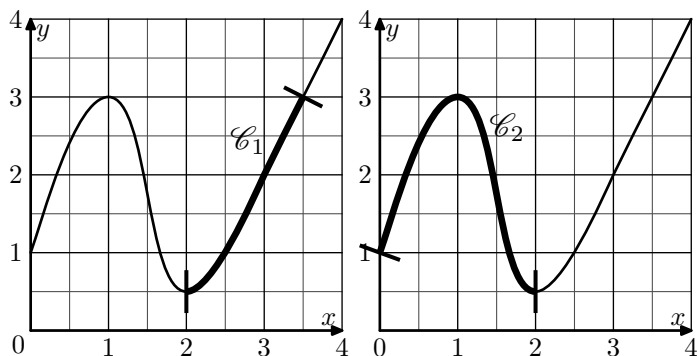
6. Image d'un intervalle

E.4818

Exemples : voici quelques animations illustrant l'image d'un intervalle par une fonction.



Les deux graphiques ci-dessous présente deux parties $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ de la courbe représentative d'une même fonction f .



- a Déterminer l'ensemble de nombres formé par toutes les abscisses des points de la partie $\mathcal{C}_1$ de la courbe.
 b Déterminer l'ensemble de nombres formé par toutes les ordonnées des points de la partie $\mathcal{C}_1$ de la courbe.
 c En déduire l'image de l'intervalle $[2; 3,5]$ par la fonction f .
- a Déterminer l'ensemble de nombres formé par toutes les abscisses des points de la partie $\mathcal{C}_2$ de la courbe.

- Déterminer l'ensemble de nombres formé par toutes les ordonnées des points de la partie $\mathcal{C}_2$ de la courbe.
- En déduire l'image de l'intervalle $[0; 2]$ par la fonction f .

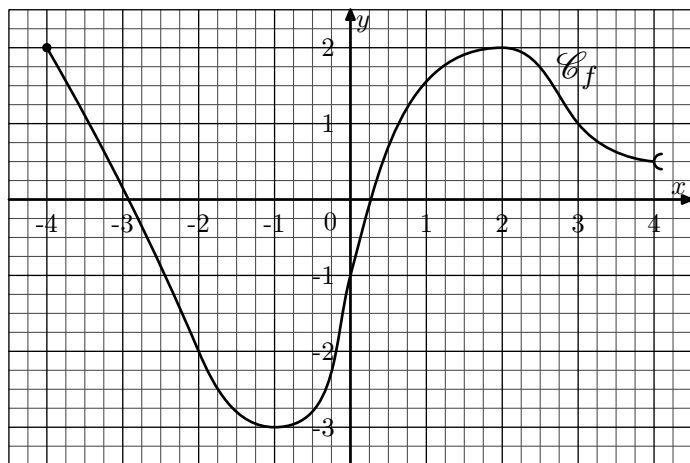
E.4671 On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-2; 12]$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-2	1	3	7	9	12
Variation de f		5	0	-2	0	3

On appelle *image d'un intervalle* I par f l'ensemble formé de l'image de tous les nombres de I par la fonction f .

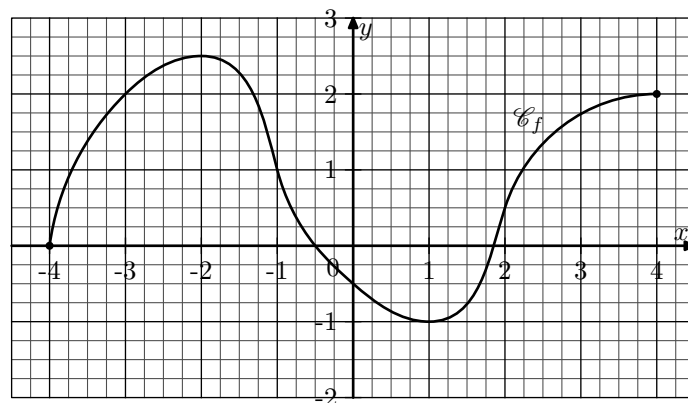
- Donner, par la fonction f , l'image des intervalles :
 a $[7; 12]$ b $[1; 3]$ c $[-2; 1]$
- Donner, par la fonction f , l'image des intervalles :
 a $[-2; 3]$ b $[3; 9]$ c $[1; 12]$

E.4672 Dans le plan muni du repère orthonormé ci-dessous, on considère la représentation de la fonction f donnée ci-dessous :



- 1 Donner l'ensemble de définition de la fonction f .
- 2 Donner les images des intervalles suivants :
 - a $[-4; -2]$
 - b $[-1; 2]$
 - c $[2; 3]$
- 3 Donner les images des intervalles suivants :
 - a $[-2; 0]$
 - b $[0; 4]$
 - c $[-2; 3]$

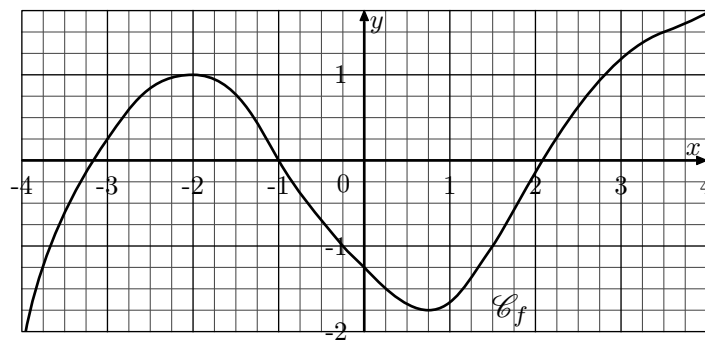
E.4798 On considère la fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-dessous :



Déterminer les images, par la fonction f , de chacun des intervalles ci-dessous :

- a $]-2; 0[$
- b $]-\frac{1}{2}; 3[$
- c $]-4; 4[$

E.6693 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont la représentation graphique est donnée dans le repère ci-dessous :



Graphiquement, déterminer l'image des intervalles suivants par la fonction f :

- a $[\frac{3}{2}; \frac{7}{2}]$
- b $[-1; 0]$
- c $[-3; -\frac{1}{4}]$
- d $[-2; \frac{7}{2}]$

7. Tableau de signes

E.6563

- 1 Pour tout $x \in \mathbb{R}$, chacune des expressions ci-dessous garde le même signe. Donner le signe de chacune de ces expressions en justifiant votre réponse :
 - a $(x-1)^2$
 - b $\frac{-3}{x^2+1}$
 - c $\frac{1+x^2}{-2-x^2}$
- 2 Justifier que chacune des affirmations suivantes est fausse à l'aide d'un contre-exemple :
 - a L'expression $-x-3$ est négative pour tout $x \in \mathbb{R}$.
 - b L'expression x^2-1 est positive pour tout $x \in \mathbb{R}$.
 - c L'expression $(x+1)(x+3)$ est positive pour tout $x \in \mathbb{R}$.

E.2781 On considère la fonction f dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	-8	-4	$-\frac{5}{2}$	0	1	5	$\frac{17}{2}$	10	12	15
Variation de f										

- 1 Parmi les tableaux ci-dessous, indiquer le tableau de signe de la fonction f :

a	x	-8	-4	0	$\frac{17}{2}$	15
	$f(x)$	+	-	-3	+	-

b	x	-8	$-\frac{5}{2}$	1	12	15
	$f(x)$	+	0	-	0	-

c	x	-8	0	15
	$f(x)$	-	0	+

- 2 Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$.

E.9352    On considère la fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-5	-3	-1	0	2	5	7	9
Variation de f	-2	0	4	1	2	5	0	-3

- 1 Donner l'ensemble des solutions des inéquations :

a $f(x) < 0$ **b** $f(x) \geq 0$

- 2 Dresser le tableau de signes de la fonction f .

E.4694    On considère la fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-3	-2	-1	0	1	3	7	9
Variation de f	-2	-4	0	3	1	0	-2	-1

8. Tableau de signes et inéquations

E.9850    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ admettant le tableau de signes ci-dessous :

x	$-\infty$	-3	5	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Déterminer les solutions de l'inéquation $f(x) < 0$.

9. Variations et signes

E.2732    On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-2; 10]$ dont seul le tableau de variations ci-dessous est donné :

x	-2	0	3	4	7	10
Variation de f	3	8	0	-2	0	1

- 1 Décrire, en français, les variations de la fonction f sur

- 1 Déterminer les images des intervalles suivants par la fonction f :

a $[1; 3]$ **b** $[3; 9]$

- 2 Comparer, si possible et en justifiant la réponse, les couples de nombres suivants :

a $f(-1,5)$; $f(8)$ **b** $f(-0,5)$; $f(3,5)$

c $f\left(\frac{9}{7}\right)$; $f\left(\frac{9}{8}\right)$ **d** $f(\sqrt{63})$; $f(8)$

- 3 **a** Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation : $f(x) < 0$

- b** Dresser le tableau de signes de la fonction f .

- 4 Sans justification, donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -2$.

E.2730     On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ admettant le tableau de signes ci-dessous :

x	$-\infty$	-3	5	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Répondre aux affirmations suivantes par "vrai", "faux" ou "on ne peut pas savoir" :

- $f(2) = 6$.
- L'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions.
- La fonction f est une fonction affine.
- Le point $A(0; 5)$ appartient à la courbe représentative de la fonction f .
- Si $f(1) = -4$, alors le minimum de la fonction f sur $\mathbb{R}$ est -4.

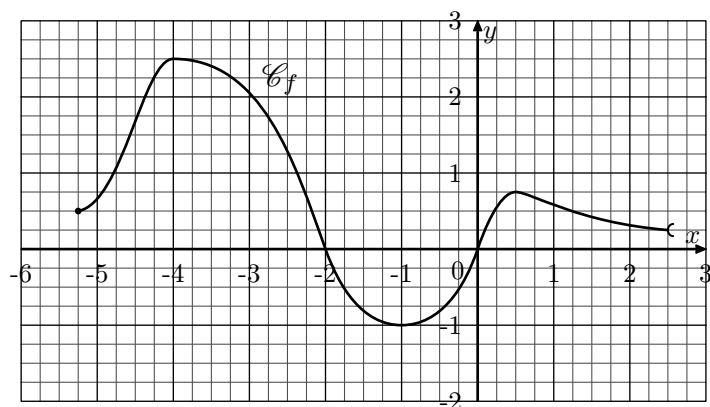
x	$-\infty$	-3	5	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Déterminer les solutions de l'inéquation $f(x) < 0$.

l'intervalle $[-2; 10]$.

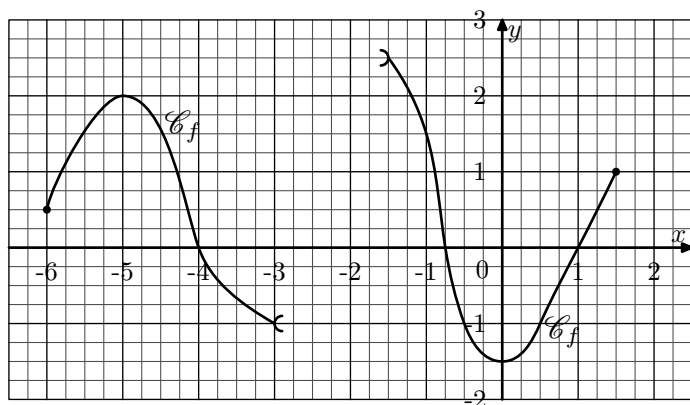
- a** Encadrer l'image du nombre 1 par la fonction f .
- b** Encadrer l'image du nombre 6 par la fonction f .
- a** Donner l'intervalle sur lequel la fonction f est strictement négative.
- b** Sur quel ensemble, la fonction f est-elle strictement positive?

E.6565    On considère une fonction f dont la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ est donnée dans le repère orthonormé ci-dessous :



- ① Donner l'ensemble de définition de la fonction f .
- ② Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- ③ Dresser le tableau de signes de la fonction f .

E.4695    Soit f une fonction dont la représentation graphique est donnée dans le repère orthonormé ci-dessous :



- ① Donner l'ensemble de définition de la fonction f .
- ② Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- ③ Dresser le tableau de signes de la fonction f sur son ensemble de définition.

E.8311    On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-2; 12]$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

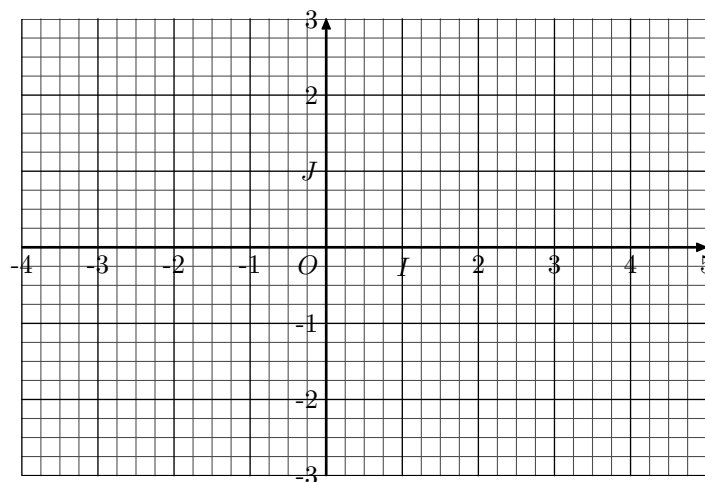
x	-2	1	3	7	9	12
Variation de f		5	0	-2	0	3

- ① Comparer, si possible, les nombres suivants :
 - a) $f(-1)$ et $f(8)$
 - b) $f(2)$ et $f(5)$
 - c) $f(0)$ et $f(10)$
- ② Donner, par la fonction f , l'image des intervalles :
 - a) $[1; 3]$
 - b) $[1; 12]$
- ③ Dresser le tableau de signes de la fonction f .

E.2146    On considère une fonction f vérifiant chacune des assertions suivantes :

- La fonction est définie sur $]-3,5; 4]$.
- Elle est strictement croissante sur $]-3,5; -1]$ et strictement décroissante sur $[-1; 4]$;
- Le nombre 2 possède un unique antécédent ;
- L'équation $f(x) \geq 0$ admet pour ensemble de solutions l'intervalle $[-2; 1]$.

- ① Donner les antécédents de 0 par la fonction f .
- ② Quel est le maximum de la fonction f ? Pour quelle valeur est-il atteint?
- ③ Tracer, à main levée, une courbe pouvant représenter la fonction f dans le repère $(O; I; J)$ orthonormée ci-dessous :



10. Etude de fonctions et tableaux de variations

E.2727    On considère la fonction f , définie sur l'intervalle $[-7; \sqrt{31}]$ dont seul le tableau de variations ci-dessous est donné :

x	-7	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{2}{3}$	2	5	$\sqrt{31}$
Variation de f	7	3	0	-2	0	3	4	$\frac{10}{3}$

- 1 a Donner, si possible, l'ensemble des antécédents du nombre 0 par la fonction f .
- b Donner le tableau de signes de la fonction f .
- 2 Résoudre l'inéquation : $f(x) \geq 3$.
- 3 Donner le maximum et le minimum de la fonction f ainsi que les valeurs pour lesquelles ils sont atteints.

E.358    On considère une fonction f définie sur $[-8; 6]$ dont le tableau de variations a été donné ci-dessous :

x	-8	-2	0	1	6
Variation de f	5 ↘ 3	↗ 7	↘ -4	↗ 3	

Dire, sans justification, si les affirmations ci-dessous sont vraies ou fausses :

- a -2 est un antécédent du nombre 3
- b $f(1) > f(-1)$
- c $f(1)$ est un nombre positif
- d Pour $x \in]0; 1[$, on a $f(x) \geq 0$
- e Le minimum de la fonction f est -4 .

11. Etude algébrique

E.370    Soit f la fonction définie sur $[-3; 7]$ dont l'image d'un nombre x de cet intervalle est donnée par la formule :

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3.$$

- 1 Déterminer les images, par la fonction f , des nombres :
- a 2 b $\sqrt{3}$ c $\sqrt{2} + 1$
- 2 a Effectuer le tracé de la courbe représentative de la fonction f à l'aide de votre calculatrice.
- b À l'aide de votre calculatrice, déterminer les coordonnées du point le plus haut de $\mathcal{C}_f$.
- 3 a Établir la relation ci-dessous :
- $$f(x) = -\left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2 + 4$$
- b En déduire que pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[-3; 7]$, on a :
- $$f(x) \leq 4$$
- 4 Confirmer l'observation faite à la question 2 b.

E.4697    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

E.1804    On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-10; 6]$ dont le tableau de variations est représenté ci-dessous :

x	-10	-2	0	6
Variation de f	5 ↘ 3	↗ 7	↘ -4	

Pour chacune des affirmations ci-dessous, dire si celles-ci sont vraies, fausses ou indécidables en justifiant, à chaque fois, votre pensée :

- a $f(-10) < f(-1)$ b Le minimum de f est atteint en -2
- c $f(1) < f(\sqrt{2})$ d $f(1)$ est un nombre positif

$$f(x) = \frac{2-x^2}{x^2+1}$$

- 1 À l'aide de la calculatrice, donner les extremums de cette fonction.
- 2 a Établir l'égalité : $f(x) = \frac{3}{x^2+1} - 1$
- b Justifier l'inégalité : $\frac{3}{x^2+1} \leq 3$.
- c Retrouver le résultat de la question 1.

E.4698    On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{-x^2 + 4x - 2}{x^2 - 4x + 5}$$

- 1 À l'aide de la calculatrice, donner les extremums de cette fonction.
- 2 a Établir l'égalité : $f(x) = \frac{3}{1+(x-2)^2} - 1$
- b Justifier l'inégalité : $\frac{3}{1+(x-2)^2} \leq 3$.
- c Retrouver le résultat de la question 1.

12. Variation et tableau de signes

E.11049    On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = -18x^2 + 36x + 32$$

- 1 **a** Etablir l'égalité : $f(x) = (6x + 4)(8 - 3x)$
- b** Dresser le tableau de signes de la fonction f .
- 2 Parmi les tableaux de variations ci-dessous, lequel est celui de la fonction f .

a

x	$-\infty$	1	$+\infty$
Variation de f		50	

b

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
Variation de f		55	

c

x	$-\infty$	2	$+\infty$
Variation de f		-13	

s

x	$-\infty$	4	$+\infty$
Variation de f		34	

13. Variation et nombre premiers

E.11050    On considère la fonction f dont on connaît le tableau de variation :

x	0	3	5	9
Variation de f	15	38	4	24

Parmi les intervalles $[0; 3]$ et $[5; 9]$, lequel a l'image par la fonction f qui contient le plus d'entiers premiers?

14. Variation et probabilité

E.11051    On considère la fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-3	-2	-1	0	1	3	7	9
Variation de f	-2	-4	0	3	1	0	-2	-1

On choisit au hasard un entier dans l'intervalle $[-3; 9]$, quelle est la probabilité que l'image de cet entier, par la fonction f , soit strictement négative.

15. Partage

E.4678    On considère la fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-5	-3	-1	0	2	5	7	9
Variation de f	-2	0	4	1	2	5	0	-3

- 1 Déterminer les images des intervalles suivants par la fonction f :

tion f :

- a** $[-5; -3]$ **b** $[-1; 0]$ **c** $[2; 9]$

- 2 Comparer, si possible, les couples de nombres suivants :

- a** $f(-4); f(-2)$ **b** $f(6); f(8)$ **c** $f(1); f(8)$
d $f(3); f(4)$ **e** $f(-\frac{2}{3}); f(-\frac{1}{2})$ **f** $f(-2); f(3)$

- 3 Dresser le tableau de signes de la fonction f .

- 4 Sans justification, donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 4$.

16. Exercices non-classés

E.2196



On considère la fonction f dont voici le tableau de variations :

x	-3	0	2	5
Variation de f				

Diagramme de variation : À $x = -3$, la fonction tend vers $+\infty$. Elle décroît jusqu'à $x = 0$ où elle vaut -2 . Elle croît jusqu'à $x = 2$ où elle vaut 2 . Elle décroît jusqu'à $x = 5$ où elle vaut -1 .

- 1 Dire si les assertions suivantes sont vraies, fausses ou indécidables. Dans chaque cas, justifier votre affirmation :

a $\mathcal{D}_f = [-2; +\infty[$

b Le nombre 2, par la fonction f , n'admet qu'un antécédent.

c f est bornée sur son ensemble de définition.

d L'image de 4 est un nombre négatif.

- 2 On donne les informations suivantes à propos de la fonction f : l'image de -1 (*resp.* 3) par la fonction f est 3 (*resp.* 0).

Donner, sans justification, l'image des intervalles ci-dessous par la fonction f :

a $[0; 5]$

b $[-1; 2]$

c $] -3; 3[$